Série D - session 2008 : exercice 2 – corrigé

A – Probabilité

1- Epreuve : lancer d'un dé normal

La probabilité d'avoir un nombre strictement supérieur à 2 est : $p(3 \text{ ou } 4 \text{ ou } 5 \text{ ou } 6) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

2- Epreuve : on lance deux fois de suite le dé

a) Univers image de X

La v.a. X = valeur de | a – b |

l'univers image de X est $X(\Omega) = \{ 0, 1, 2, 3, 4, 5 \}$

Loi de probabilité de X : $x_i \rightarrow p(X = x_i)$ où $x_i \in X(\Omega)$.

a \ b	1	2	3	4	5	6
1	0	1	2	3	4	5
2	1	0	1	2	3	4
3	2	1	0	1	2	3
4	3	2	1	0	1	2
5	4	3	2	1	0	1
6	5	4	3	2	1	0

x_i	0	1	2	3	4	5
$p_i = p(X=x_i)$	$\frac{3}{18}$	$\frac{5}{18}$	$\frac{4}{18}$	$\frac{3}{18}$	$\frac{2}{18}$	$\frac{1}{18}$

B – Statistique

1- Calcul de α et β

On a $\overline{x} = \frac{\alpha+3+5+9}{4} = 5$ alors $\alpha = 3$

et $\overline{y} = \frac{2+4+5+\beta}{4} = 4{,}5$ alors $\beta = 7$

d'où

x_i	3	3	5	9
y_i	2	4	5	7

2) Détermination du coefficient de corrélation linéaire r

On a $r = \frac{\text{cov}(X, Y)}{\sigma_X \sigma_Y}$

avec $\text{cov}(X, Y) = \frac{\sum x_i y_i}{N} - \overline{x}\,\overline{y}$, $\sigma_X^2 = \frac{\sum x_i^2}{N} - \overline{x}^2$ et $\sigma_Y^2 = \frac{\sum y_i^2}{N} - \overline{y}^2$

On a $\text{cov}(X,Y) = 4$ $\sigma_X^2 = 6$ $\sigma_Y^2 = 3{,}25$

D'où $r = 0{,}9058$

La corrélation entre X et Y est forte, on peut effectuer un ajustement linéaire entre les x_i et y_i.

3- Détermination de l'équation de la droite de régression de y en x.

L'équation de cette droite est de la forme :

$$y - \overline{y} = a(x - \overline{x}) \quad \text{avec} \quad a = \frac{\mathrm{cov}(X, Y)}{{\sigma_X}^2}$$

On a $\quad y - 4{,}5 = \frac{4}{6}(x - 5)$

C'est-à-dire $\quad y = 0{,}667\ x + 1{,}167$