

Série A - session 2009 : exercice 1 - corrigé**1- a) Valeurs exactes de U_0 et U_2** On a $U_0 = e^0 = 1$ et $U_2 = e^2$ **b) Relation entre U_{n+1} et U_n** On a $U_{n+1} = e^{n+1} = e \times e^n$ D'où $U_{n+1} = eU_n$ Nature de la suite (U_n) :On a $\frac{U_{n+1}}{U_n} = e = \text{constante}$ Alors (U_n) est une suite géométrique de raison e .Comme $e > 1$, (U_n) est divergente.**2- a) Etude de la suite (V_n)** On a $V_n = \ln U_n = \ln e^n = n \ln e$.D'où $V_n = n$

$$V_{n+1} - V_n = (n+1) - n = 1 = \text{constante}$$

Conclusion : (V_n) est une suite arithmétique de raison $r = 1$ et de premier terme $V_0 = 0$ **b) Calcul de S**

La somme des termes consécutifs d'une suite arithmétique est :

$$V_k + V_{k+1} + \dots + V_n = (n - k + 1) \frac{V_k + V_n}{2}$$

alors $S = V_0 + V_1 + \dots + V_{121} = (121 - 0 + 1) \frac{V_0 + V_{121}}{2}$ d'où $S = 7381$.