

Série A - session 2008 : exercice 1 - corrigé

1- a) Calcul de la somme $S = U_{23} + U_{24} + \dots + U_{75}$.

La somme de termes consécutifs d'une suite arithmétique est

$$S = (\text{nb de termes}) \left(\frac{1^{\text{er}} \text{ terme} + \text{dernier terme}}{2} \right)$$

donc
$$S = (75 - 23 + 1) \left(\frac{71 + 227}{2} \right) = 7897$$

b) Calcul de la raison r

Pour 2 termes U_n et U_k d'une suite arithmétique de raison r , on a $U_n = U_k + (n-k)r$.

Alors
$$r = \frac{U_n - U_k}{n - k}, \text{ donc } r = \frac{227 - 71}{75 - 23} = 3$$

c) Expression de U_n en fonction de n .

Pour une suite arithmétique de raison r , on a $U_n = U_k + (n - k)r$.

En prenant $k = 23$, on a $U_n = U_{23} + (n - 23)r$.

Alors
$$U_n = 71 + (n - 23) \times 3.$$

D'où
$$U_n = 2 + 3n.$$

2- a) Expression de V_{n+1} en fonction de V_n .

On a
$$V_n = 2 \left(\frac{5}{8} \right)^n \quad \text{et} \quad V_{n+1} = 2 \left(\frac{5}{8} \right)^{n+1} = 2 \left(\frac{5}{8} \right)^n \left(\frac{5}{8} \right)^1 = \frac{5}{8} V_n.$$

D'où
$$V_{n+1} = \frac{5}{8} V_n$$

Donc (V_n) est une suite géométrique de raison $q = \left(\frac{5}{8} \right)$

b) La limite de (V_n) .

La raison q de (V_n) est telle que : $0 < q < 1$

On a
$$\lim_{n \rightarrow +\infty} V_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} 2 \left(\frac{5}{8} \right)^n = 0$$