

Exercice 1

1. **Trajet de 5 km** : Le taxi A coûte 7€ (5€ de prise en charge + 2€ pour les kilomètres) et le taxi B coûte 3€ ($0,60\text{€} \times 5 \text{ km}$). Il est donc moins cher de prendre le taxi B.
2. **Trajet de 30 km** : Le taxi A coûte 17€ (5€ + 12€) et le taxi B coûte 18€ ($0,60\text{€} \times 30 \text{ km}$). Il est alors plus avantageux de prendre le taxi A.
3. **Expressions des prix** : Le prix du taxi A se note $A(x) = 0,40x + 5$ car il y a un prix fixe de départ, ce qu'on appelle une fonction affine. Le prix du taxi B se note $B(x) = 0,60x$ car le prix dépend uniquement des kilomètres, c'est une fonction linéaire.
4. **Trajet double** : Pour le taxi A, le prix ne double pas quand on double la distance à cause des 5€ fixes. Pour le taxi B, le prix double bien, car il est proportionnel à la distance.
5. **Intersection** : Pour trouver quand les prix sont égaux, on résout $0,40x + 5 = 0,60x$, ce qui donne $x = 25 \text{ km}$. Les prix sont identiques à 25 km, pour un coût de 15€.
6. **Meilleur choix** : Le taxi A devient le moins cher dès que le trajet dépasse 25 km.
7. **Budget de 12€** : Avec 12€, le taxi A permet de faire 17,5 km et le taxi B permet d'en faire 20. Le taxi B est donc le meilleur choix pour aller plus loin.
8. **Taxi C** : En comparant les deux courses données, on trouve une part fixe (prise en charge) de 3€ et un prix de 0,5€ par kilomètre.

Exercice 2

1. **Vecteur directeur** : Dans l'équation $2x - 3y + 5 = 0$, les nombres devant x et y permettent de trouver un vecteur directeur, qui est ici $\vec{u}(3 ; 2)$.
2. **Équation de d'** : Comme la droite est parallèle, elle a la même forme. En utilisant les coordonnées du point $A(-2 ; 2)$, on trouve que la constante doit être 10, ce qui donne l'équation $2x - 3y + 10 = 0$.

Exercice 3

1. $\sin(-x) + \cos(-x)$: Comme le sinus est impair et le cosinus est pair, cela devient $-\sin(x) + \cos(x)$.

2. $\sin(-x) - \sin(\pi + x)$: En simplifiant les angles associés, on obtient $-\sin(x) - (-\sin(x))$, ce qui égale 0.
3. $\cos(\pi - x) + \cos(3\pi + x)$: Après simplification des angles, on additionne deux fois $-\cos(x)$, ce qui donne $-2\cos(x)$

Exercice 4

1.a. Centre et rayon : L'équation est $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 49$ (le rayon est mis au carré : $7^2 = 49$).

1.b. Cercle par l'origine : Le rayon au carré est la distance entre le centre et l'origine, soit 100, donc l'équation est $(x - 6)^2 + (y + 8)^2 = 100$.

1.c. Diamètre [AB] : Le centre est le milieu de AB (1 ; 4) et le rayon carré est 8, d'où $(x - 1)^2 + (y - 4)^2 = 8$.

2.b. Nature de AEFB : C'est un trapèze rectangle, car les côtés sont perpendiculaires aux rayons du cercle.

2.c. Longueur des tangentes : Les segments de tangentes partant d'un même point extérieur ont la même longueur : $EA = ED$ et $FB = FD$.

2.d. Démonstration : Comme $EF = ED + DF$, en remplaçant par les égalités précédentes, on obtient bien $EF = AE + FB$.

2.e. Nature du triangle ECF : Le triangle est rectangle en C, car les droites E et F sont formées par les bissectrices des angles du trapèze.