

Exercice 1

1. Le point I occupe une position particulière sur le segment [DJ]

On observe que I est le milieu du segment [DJ].

On peut donc écrire :

$\vec{DI} = \vec{IJ}$. Comme I est le milieu de [DJ], on a la propriété :

$$\vec{ED} + \vec{EJ} = 2\vec{EI}$$

2. Que représente le point C pour le triangle DEJ ?

Le point C est le centre de gravité (barycentre) du triangle DEJ. Par la propriété du centre de gravité : $\vec{CE} + \vec{CJ} + \vec{CD} = \vec{0}$

3. Compléter dans chaque cas par le point de la figure qui convient
 - a. C
 - b. D
 - c. E

Exercice 2

1. Déterminer les coordonnées des vecteurs BC et AC

$$BC = (5 - (-2) ; 6 - (-6)) = (7 ; 12).$$

Comme A est le symétrique de B par rapport à C, le point C est le milieu de [AB].

$$\text{Donc } AC = (-7 ; -12).$$

2. En déduire les coordonnées du point A

$$A = 2C - B = (2 \times 5 - (-2) ; 2 \times 6 - (-6)) = (12 ; 18).$$

Réponse : A(12 ; 18).

Exercice 3

1. Définition des points I, J, K et L

I, J, K et L sont les milieux respectifs des segments [AB], [BC], [CD] et [DA].

2. Calcul des coordonnées de I, J, K et L

$$I(-3 ; -1)$$

$$J(1,5 ; -3,5)$$

$$K(4,5 ; 1,5)$$

$$L(0 ; 4)$$

3. Calcul des vecteurs IJ et LK. Nature du quadrilatère IJKL

$$IJ = (4,5 ; -2,5)$$

$$LK = (4,5 ; -2,5)$$

Comme $IJ = LK$, le quadrilatère IJKL est un parallélogramme.

4. Calcul des longueurs IJ, IL et JL. IJKL est-il un rectangle ?

$$IJ = \sqrt{26,5}$$

$$IL = \sqrt{34}$$

$$JL = \sqrt{62,5}$$

$$IJ^2 + IL^2 = 26,5 + 34 = 60,5 \neq 62,5 = JL^2.$$

Le triangle IJL n'est pas rectangle, donc IJKL n'est pas un rectangle.

Exercice 4

1. Démontrer que $\vec{AH} = 2\vec{OA}'$

$$\vec{OA} = \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC}$$

$$\vec{AH} = \vec{AO} + \vec{OH} = -\vec{OA} + \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC}$$

Comme A' est le milieu de [BC], $\vec{OA'} = (\vec{OB} + \vec{OC})/2$.

$$\text{Donc } \vec{AH} = 2\vec{OA'}$$

2. En déduire que H appartient à la hauteur issue de A

$\vec{AH}$ est colinéaire à $\vec{OA}$. Or OA est perpendiculaire à BC.

Donc H appartient à la hauteur issue de A.

3. Montrer que H appartient aussi aux hauteurs issues de B et de C

Par un raisonnement analogue, on montre que H appartient également aux hauteurs issues de B et de C.

4. Théorème démontré et nom du point H

On démontre que les trois hauteurs d'un triangle sont concourantes.

Le point H est appelé l'orthocentre du triangle ABC.