

Exercice 1

1. Toutes les voitures rapides sont rouges : proposition vraie ou fausse selon le contexte, mais correctement formulée.
2. Il existe un mouton écossais dont au moins un côté est noir : proposition existentielle.
3. Pour tout $\varepsilon > 0$, il existe $q \in \mathbb{Q}^*_+$ tel que $0 < q < \varepsilon$: vraie.
4. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $x^2 < 0$: fausse.
5. Tout triangle rectangle possède un angle droit : vrai.
6. Dans toutes les prisons, tous les détenus détestent tous les gardiens : proposition correctement formulée.
7. Pour tout entier x il existe un entier y tel que pour tout entier z , $z < y \Rightarrow z < x + 1$: vraie (prendre $y = x + 1$).

Exercice 2

1. $(P \text{ et } Q) ; (\text{non } P \text{ et non } Q)$: Non.
2. $(P \Rightarrow Q) ; (\text{non } Q \Rightarrow \text{non } P)$: Non, elles sont équivalentes.
3. $(P \text{ ou } Q) ; (P \text{ et } Q)$: Non.

Exercice 3

1. $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \geq 0$
2. $\exists x \in \mathbb{R}, x > x^2$
3. $\forall n \in \mathbb{Z}, \exists m \in \mathbb{Z}$ tel que $m > n$
4. $\exists x \in \mathbb{R}$ qui n'est quotient d'aucuns entiers p/q ($q \neq 0$)
5. $\exists n \in \mathbb{Z}$ tel que $\forall m \in \mathbb{Z}$, m divise n
6. $\forall x, y \in \mathbb{R}, x < y \Rightarrow \exists q \in \mathbb{Q}$ tel que $x < q < y$
7. $\forall a, b, c \in \mathbb{R}$, au moins deux sont de même signe