

Chapitre 5 : Fonction numérique d'une variable réelle

Durée du chapitre selon le programme scolaire : 5 semaines de 2 heures
soit 10 séances de 2 heures

Objectif général : L'apprenant doit être capable de déterminer graphiquement les antécédents et l'image, donnée interpréter et exploiter une courbe, de définir la monotonie d'une fonction sur un intervalle donnée, la parité d'une fonction et quelques études sur les fonctions des références.

Nom du créateur : Equipe Maths

Date de création : Janvier 2026

Sources de documents :

- https://www.mathgm.fr/images/documents/seconde/cours_exercices/fonctions_graphiquesCours.pdf
- <https://www.maths-et-tiques.fr/telech/19FonctionVariationsM.pdf>
- <https://www.lelivrescolaire.fr/page/35496121>
- <https://www.lelivrescolaire.fr/page/6796844>
- <https://www.maths-et-tiques.fr/telech/Fonctionsref.pdf>

Table des matières

I. Généralités sur les fonctions numériques	3
1. Déterminer graphiquement les antécédents et l'image d'un nombre par une fonction donnée	5
2. Signe d'une fonction	6
3. Extremum : maximum et minimum	6
4. Définition d'une fonction croissante, décroissante, constante	7
5. Parité	8
II. Etude de quelques fonctions de référence	8

Mathématiques Seconde

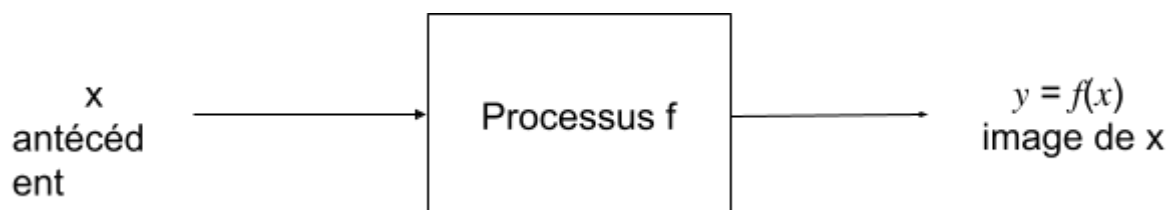
Première partie : Analyse

Chapitre 5 : Fonction numérique d'une variable réelle

En mathématiques, une fonction est un concept dont la définition a évolué depuis son introduction par Leibniz à la fin du XVII^{ème} siècle . D'abord associée à une courbe du plan, la notion est ensuite développée par Jean Bernoulli puis Euler comme résultat de la combinaison d'opération à partir d'une variable (souvent x ou t) et d'éventuels paramètres constants (réels). Aujourd'hui, elle sert à modéliser plusieurs types de phénomènes (physiques, informatiques, ...) .

I. Généralités sur les fonctions numériques

Une fonction est un processus qui à un nombre fait correspondre un unique autre nombre.



On note :

- $f: x \mapsto f(x)$ (La fonction f qui à x associe $f(x)$).
- x est la variable et $f(x)$ est l'image de x par la fonction f .

- Si y est l'image de x par la fonction f (c'est-à-dire si $y = f(x)$) alors on dit que x est un antécédent de y par la fonction f .

Soit D un ensemble de nombres réels. Définir une fonction f sur D revient à associer à chaque réel x de D un réel et un seul, appelé image de x .

D est l'ensemble de définition de la fonction : c'est l'ensemble des nombres pour lesquels il existe une image par la fonction.

Comment déterminer le domaine de définition ?

On exclut les valeurs de x qui rendent l'expression impossible.

Division

Le dénominateur ne doit jamais être nul.

Exemple : $f(x) = \frac{1}{x-2}$ donc $x \neq 2$

$$D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$$

Racine carrée

Ce qu'il y a sous la racine doit être **positif ou nul**.

Exemple : $f(x) = \sqrt{x-3}$ donc $x \geq 3$

$$D = [3, +\infty[$$

Fonctions polynomiales

Toujours définies sur $\mathbb{R}$.

Exemple : $f(x) = 3x + 1$ donc $D = \mathbb{R}$

1. Déterminer graphiquement les antécédents et l'image d'un nombre par une fonction donnée

Toute fonction f peut être représentée dans un repère à l'aide d'une courbe représentative. On la note généralement C_f , il ne faut pas la confondre avec la fonction elle-même.

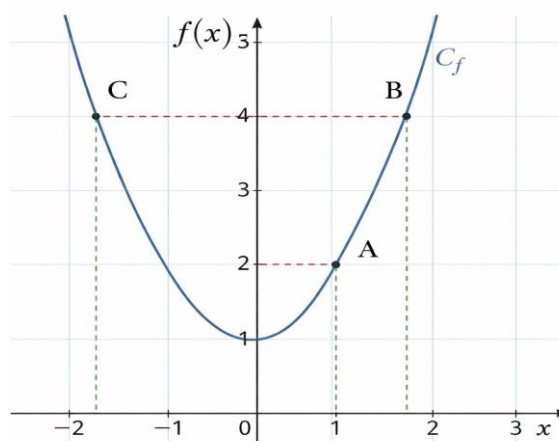
La représentation graphique d'une fonction est l'ensemble des points de coordonnées $(x ; f(x))$. Autrement dit, l'antécédent x se lit sur l'axe des abscisses et l'image $f(x)$ se lit sur l'axe des ordonnées.

Exemple : On donne la représentation graphique suivante d'une fonction f .

Par lecture graphique, l'image de 1 par la fonction f est 2. Le point A pour coordonnées $(1 ; 2)$.

Par lecture graphique, un antécédent de 4 par la fonction f est environ 1,7.

C'est une valeur approchée. 4 a un deuxième antécédent qui est d'environ $-1,7$.



Un tableau de valeurs d'une fonction f regroupe les coordonnées d'un certain nombre de points de la courbe représentative de f .

Exemple : On donne ci-dessous un tableau de valeurs d'une fonction g .

Antécédent x	-1	0	2	4	6	8
Image $g(x)$	2	3	5	4	2	0

L'image de 0 par la fonction g est 3. Les antécédents de 2 par la fonction g présents dans le tableau sont -1 et 6.

2. Signe d'une fonction

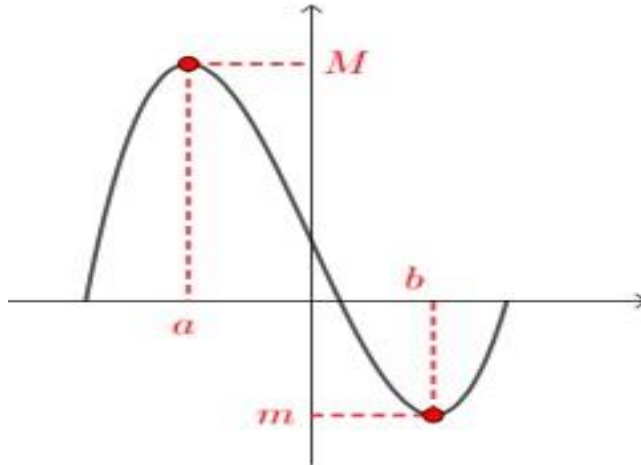
On regarde la position de la courbe C_f par rapport à l'axe des abscisses (l'axe des x).

- **Positif** : $f(x) > 0$ lorsque la courbe est au-dessus de l'axe des abscisses.
- **Négatif** : $f(x) < 0$ lorsque la courbe est en dessous de l'axe des abscisses.
- **Nul** : $f(x) = 0$ lorsque la courbe coupe l'axe des abscisses (les racines).
- **Tableau de signes** : On organise ces informations dans un tableau avec les intervalles, les racines, et les signes (+, -, 0).

3. Extremum : maximum et minimum

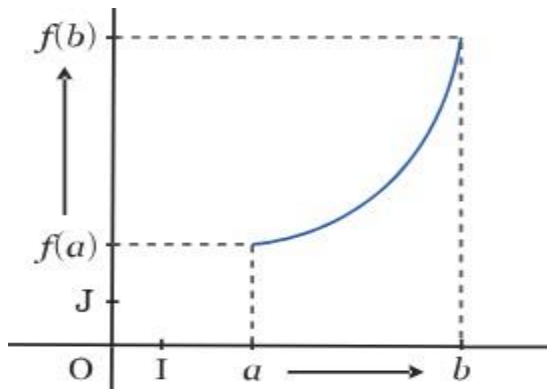
Soit I un intervalle de D .

- une fonction f admet un maximum M en a , si pour tout x ,
 $f(x) \leq f(a) = M$
- une fonction f admet un minimum m en b , si pour tout x ,
 $f(x) \geq f(b) = m$.

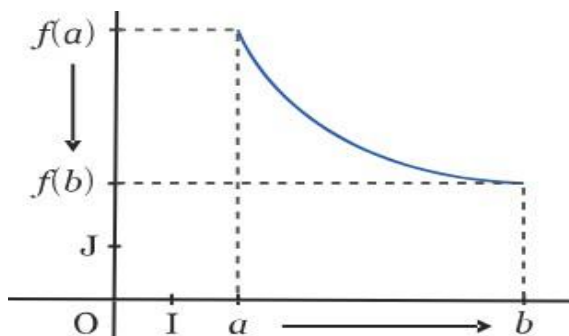


4. Définition d'une fonction croissante, décroissante, constante

- f est dite croissante si pour tous réels a et b de D tels que $a < b$, on a $f(a) \leq f(b)$



- f est dite décroissante si, pour tous réels a et b de D tels que $a < b$, on a $f(a) \geq f(b)$.



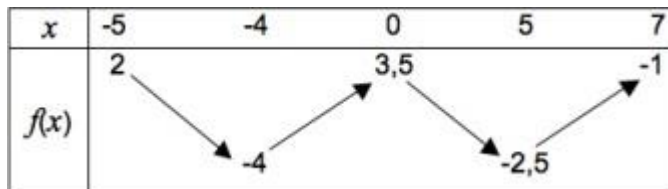
- f est dite **monotone** sur D lorsqu'elle est soit croissante, soit décroissante sur D .
- f est dite **strictement** croissante ou décroissante lorsque les inégalités sont strictes.

5. Tableau de variation d'une fonction

Un tableau de variations résume les variations d'une fonction en faisant apparaître les intervalles où elle est monotone.

exemple

x	-5	-4	0	5	7
$f(x)$	2	-4	3,5	-2,5	-1



6. Parité

- f est une fonction paire lorsque D est centré en 0 et, pour tout réel x de D , $f(-x) = f(x)$.

Si f est une fonction paire, alors sa courbe représentative est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.

- f est une fonction impaire lorsque D est centré en 0 et, pour tout réel x de D , $f(-x) = -f(x)$.

Si f est une fonction impaire, alors sa courbe est symétrique par rapport à l'origine.