

Chapitre 4 : Équations et inéquations

Durée du chapitre selon le programme scolaire : 8 semaines (32 heures de cours)

Objectif général : L'apprenant doit être capable de résoudre des équations et des inéquations du premier et du second degré, d'interpréter les solutions obtenues et de les représenter correctement. Il doit maîtriser les techniques algébriques de résolution, vérifier la validité des solutions et appliquer ces notions à la résolution de problèmes concrets.

Nom du créateur : RALAMBOARISENDRA Rinasoa

Date de création : Avril 2026

Sources de documents :

- <http://blog.ac-versailles.fr/jpgoualard/public/2nde-2014-2015-cont-eq-ineq.pdf>
- <https://galilee.ac/cours-exercices-maths/mathematiques-seconde/resolution-dinequations/fiche-resolution-dinequations>
- <http://thalesm.free.fr/gestclasse/documents/seconde/cours/cours equations et in equations.pdf>
- <https://www.vdouine.net/docmaths/2e/2echap2cours.pdf>

II. ÉQUATIONS DU PREMIER DEGRÉ.....	4
1. QU'EST-CE QU'UNE ÉQUATION ?.....	4
2. RÈGLES DE TRANSFORMATION DES ÉQUATIONS.....	5
3. Forme Generale $ax+b=0$	6
III. INÉQUATIONS DU PREMIER DEGRÉ.....	7
1. QU'EST-CE QU'UNE INÉQUATION ?.....	7
2. RÈGLES DE TRANSFORMATION DES INÉQUATIONS.....	7
IV. ÉQUATION PRODUIT NUL.....	10
1. THÉORÈME DU PRODUIT NUL.....	10
V. ÉQUATION QUOTIENT NUL.....	10
1. THÉORÈME DU QUOTIENT NUL.....	11
2. MARCHE À SUIVRE (OBLIGATOIRE).....	11
VI. TABLEAU DE SIGNE POUR PRODUIT ET QUOTIENT.....	13

1. Principe des tableaux de signes.....	13
2. Règles de signe de produit.....	13
VII. EQUATION DE SECONDE DEGRE.....	15
1. Forme generale.....	15
2. Forme Canonique.....	15
3. Le Discriminant.....	17
VIII. SIGNE DU TRINÔME ET INÉQUATIONS DU SECOND DEGRÉ.....	21
IX. SYSTÈMES DE DEUX ÉQUATIONS À DEUX INCONNUES.....	24
1. Forme generale.....	24
2. Methode de substitution.....	25
3. Méthode de combinaison(addition).....	26
4. Méthode graphique.....	27
Interprétation graphique.....	27
X. INTERPRÉTATION GRAPHIQUE D'UNE INÉQUATION À DEUX INCONNUES.....	29
1. Inéquation linéaire à 2 inconnue.....	29
2. Methode pour determiner le demi plan.....	29
3. Système d'inéquations à deux inconnues.....	30

Mathématiques Seconde

I. INTRODUCTION, HISTOIRE ET APPROCHE PHYSIQUE

1. Origine historique de la notion

Les équations sont apparues très tôt dans l'histoire des mathématiques pour résoudre des problèmes pratiques liés au commerce, à l'agriculture et à la géométrie.

- Vers **2000 av. J.-C.**, les **Babyloniens** utilisaient déjà des méthodes permettant de résoudre des équations du premier et du second degré.
- Les **Égyptiens**, dans le **Papyrus Rhind** (vers 1650 av. J.-C.), résolvent des problèmes équivalents à des équations simples.
- Au III^e siècle, le mathématicien grec Diophante développa des méthodes algébriques plus avancées dans son ouvrage *Arithmetica*.
- Au IX^e siècle, le savant persan Al-Khwarizmi systématise la résolution des équations dans son traité d'algèbre. Son travail est à l'origine du mot « algèbre ».
- À partir de la Renaissance, les mathématiciens européens développèrent les méthodes de résolution des équations de degrés supérieurs et introduisirent progressivement la notation algébrique moderne.

Les inéquations sont apparues plus tard comme une extension naturelle des équations.

- Dès l'Antiquité, les mathématiciens comparent des grandeurs et utilisent des raisonnements basés sur les notions de « plus grand que » ou « plus petit que ».
- Les symboles modernes $<$, $>$, $\leq$ et $\geq$ n'ont été introduits qu'au XVII^e siècle.
- Le symbole $<$ et $>$ a été proposé en 1631 par le mathématicien anglais Thomas Harriot.

- Le développement de l'analyse mathématique aux XVII^e et XVIII^e siècles a donné une importance croissante aux inégalités pour l'étude des fonctions, des limites et de l'optimisation.

Importance

Aujourd'hui, les équations et les inéquations constituent des outils fondamentaux des mathématiques. Elles sont utilisées dans de nombreux domaines : physique, économie, informatique, ingénierie, statistiques et sciences en général pour modéliser et résoudre des problèmes réels

II. ÉQUATIONS DU PREMIER DEGRÉ

1. QU'EST-CE QU'UNE ÉQUATION ?

Une **équation** est une égalité mathématique contenant une ou plusieurs inconnues (généralement notées x , y , z , etc.).

Résoudre une équation, c'est trouver toutes les valeurs de l'inconnue qui rendent l'égalité vraie.

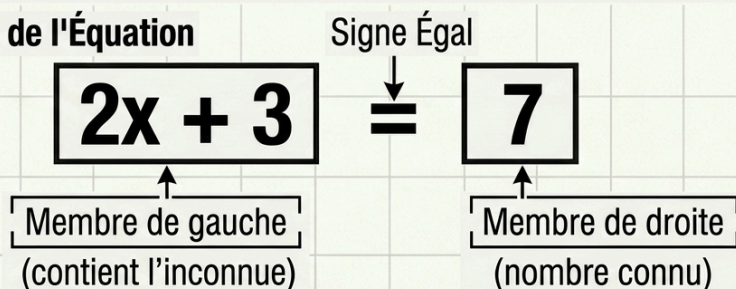
Exemple

$$2x + 3 = 7$$

On cherche la valeur de x qui vérifie cette égalité. Pour $x=2$, l'égalité est vraie. donc solution $x=2$

Schéma Éducatif : Structure et Solution de l'Équation

Partie 1 : Structure de l'Équation



Partie 2 : Solution et Vérification

$$\begin{aligned}
 2x + 3 &= 7 \\
 2x &= 7 - 3 \\
 2x &= 4 \\
 x &= 4 / 2 \\
 x &= 2
 \end{aligned}$$

$2x + 3 = 7$

gauche

droite

Vérification :

Pour $x = 2$:

$$\begin{aligned}
 2(2) + 3 &= 4 + 3 = 7 \\
 7 &= 7
 \end{aligned}$$

La solution $x = 2$ car $2 \times 2 + 3 = 4 + 3 = 7$

2. RÈGLES DE TRANSFORMATION DES ÉQUATIONS

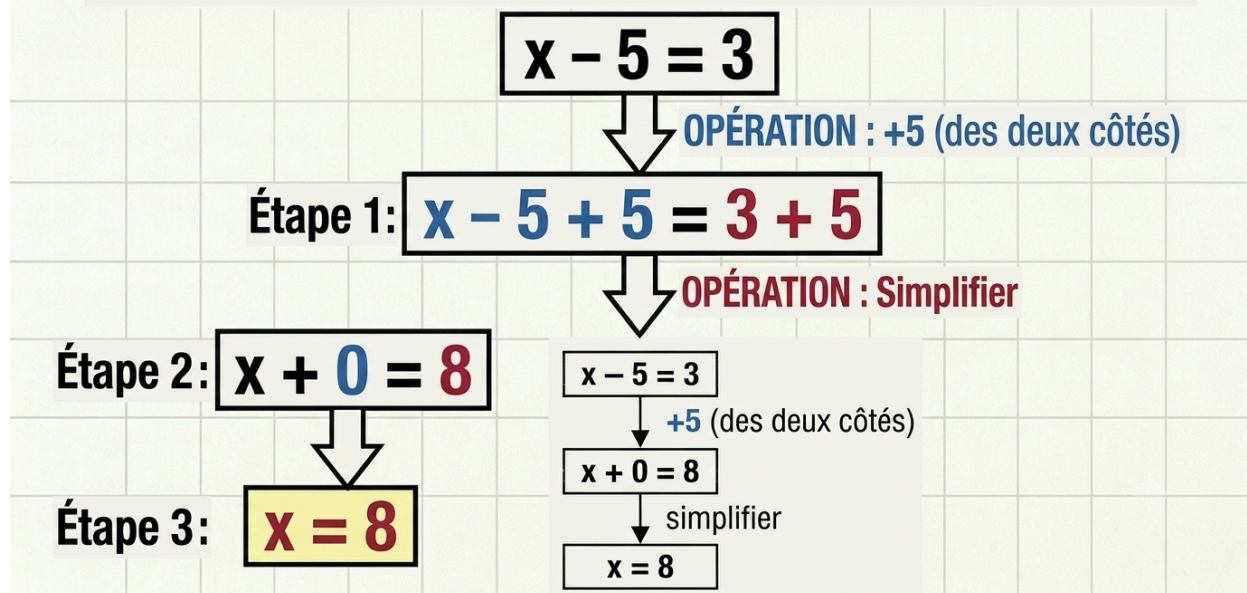
Règle 1 : Addition/Soustraction

On peut ajouter OU soustraire le même nombre aux deux membres d'une équation. L'équation reste équivalente.

Règle 2 : Multiplication/Division

On peut multiplier OU diviser les deux membres d'une équation par un MÊME NOMBRE NON NUL. L'équation reste équivalente.

IMAGE 1.2 : TRANSFORMATION D'UNE ÉQUATION



3. Forme Generale $ax+b=0$

Toute équation du premier degré à une inconnue peut se mettre sous la forme : $ax + b = 0$ avec $a \neq 0$.

La solution unique est : $x = \frac{-b}{a}$

Exemple : Résoudre l'équation $3x - 5 = 0$

Détail étape par étape

$$3x - 5 = 0$$

On ajoute 5 aux deux membres

$$3x - 5 + 5 = 5 \text{ donc } 3x = 5$$

On Divise les deux membres par 3

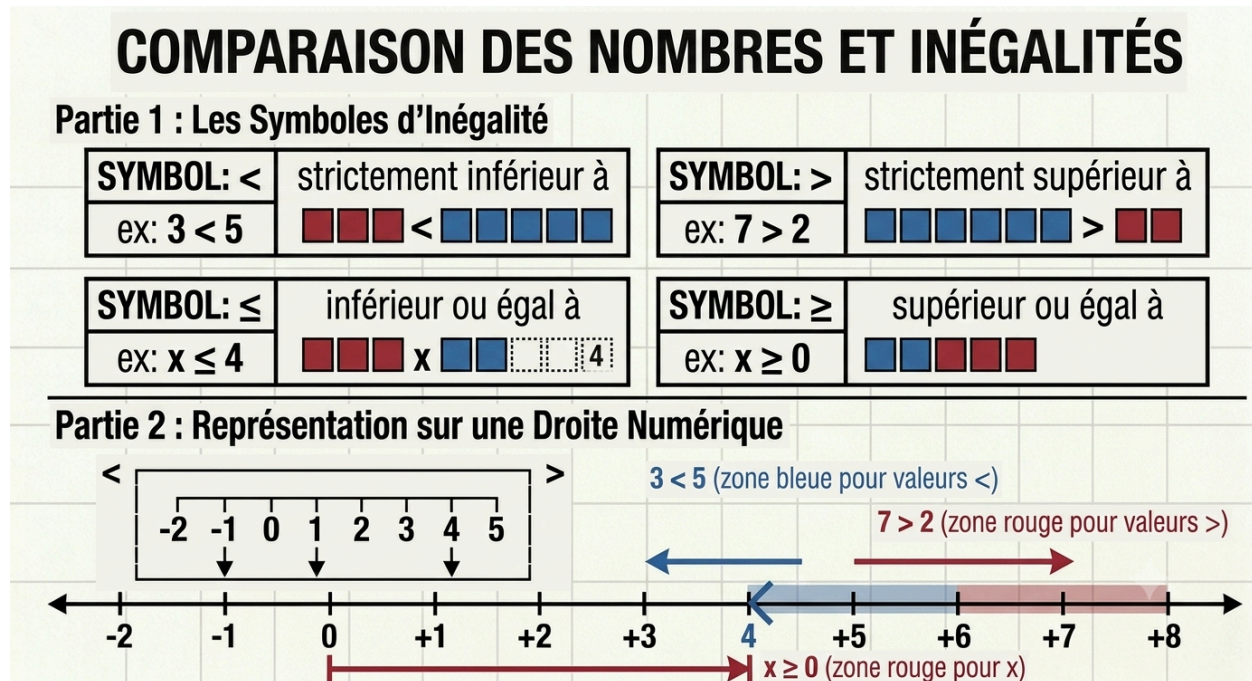
$$\frac{3x}{3} = \frac{5}{3} \text{ donc } x = \frac{5}{3}$$

III. INÉQUATIONS DU PREMIER DEGRÉ

1. QU'EST-CE QU'UNE INÉQUATION ?

Une inéquation est une inégalité mathématique contenant une ou plusieurs inconnues. Les symboles sont : $<$, $>$, $\leq$, $\geq$.

Résoudre une inéquation, c'est trouver TOUS les nombres réels qui vérifient l'inégalité. L'ensemble des solutions est généralement un INTERVALLE.



2. RÈGLES DE TRANSFORMATION DES INÉQUATIONS

Règle n°1 Addition/Soustraction :

On peut ajouter OU soustraire le même nombre aux deux membres. Le sens de

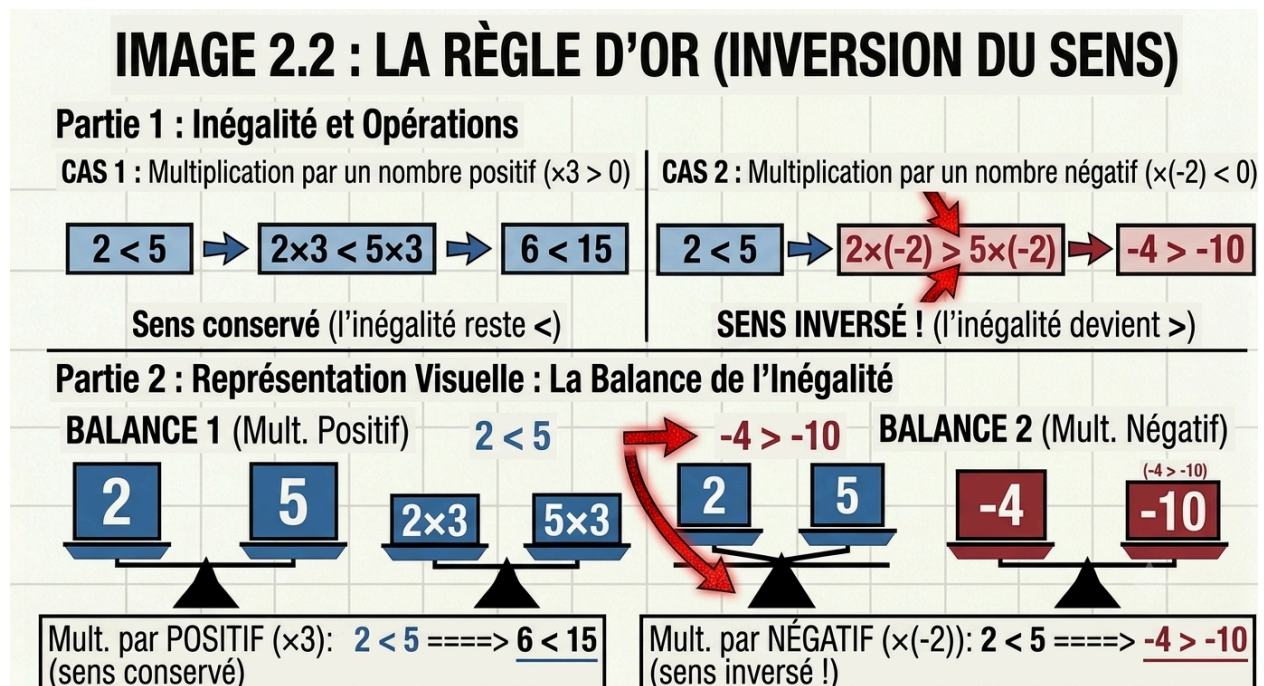
l'inégalité NE CHANGE PAS.

Règle n°2 Multiplication/Division par un nombre POSITIF:

On peut multiplier ou diviser par un nombre POSITIF. Le sens NE CHANGE PAS.

Règle n°3 Multiplication/Division par un nombre NÉGATIF : (RÈGLE D'OR)

On peut multiplier OU diviser par un nombre NÉGATIF, mais on DOIT INVERSER le sens de l'inégalité.



Exemple 1: Résoudre l'inéquation $3x < 12$

$$3x \leq 12$$

$$3x / 3 \leq 12 / 3 \quad (\text{division par } 3 > 0, \text{ sens conservé})$$

$$x \leq 4$$

Ensemble des solutions : $S =]-\infty ; 4]$

Exemple 2: Résoudre l'inéquation $-2x < 6$

$$-2x < 6$$

$$-2x / (-2) > 6 / (-2) \quad (\text{division par } -2 < 0, \text{ sens inversé : } < \text{ devient } >)$$

$$x > -3$$

Ensemble des solutions : $S =]-3 ; +\infty[$

Exemple 3: Résoudre l'inéquation $-5x + 3 \geq 13$

$$-5x + 3 \geq 13$$

$$-5x + 3 - 3 \geq 13 - 3 \quad (\text{on soustrait } 3)$$

$$-5x \geq 10$$

$$-5x / (-5) \leq 10 / (-5) \quad (\text{division par } -5 < 0, \geq \text{ devient } \leq)$$

$$x \leq -2$$

Ensemble des solutions : $S =]-\infty ; -2]$

Exemple 4: Résoudre l'inéquation $2x + 1 \leq 3x - 4$

$$2x + 1 \leq 3x - 4$$

$$2x + 1 - 3x \leq 3x - 4 - 3x \quad (\text{on soustrait } 3x)$$

$$-x + 1 \leq -4$$

$$-x + 1 - 1 \leq -4 - 1 \quad (\text{on soustrait } 1)$$

$$-x \leq -5$$

$$-x \times (-1) \geq -5 \times (-1) \quad (\text{multiplication par } -1 < 0, \leq \text{ devient } \geq)$$

$$x \geq 5$$

Ensemble des solutions : $S = [5 ; +\infty[$

IV. ÉQUATION PRODUIT NUL

1. THÉORÈME DU PRODUIT NUL

Un produit de facteurs est nul si et seulement si au moins l'un des facteurs est nul.

$$A \times B = 0 \Leftrightarrow A = 0 \text{ OU } B = 0$$

Cette propriété s'étend à un produit de plusieurs facteurs.

Exemple 1: Résoudre l'inéquation $(x - 3)(x + 5) = 0$

$$(x - 3) = 0 \text{ OU } (x + 5) = 0$$

$$x = 3 \text{ OU } x = -5$$

$$S = \{-5 ; 3\}$$

Vérification :

$$\text{Pour } x = -5 : (-5 - 3)(-5 + 5) = (-8) \times (0) = 0$$

$$\text{Pour } x = 3 : (3 - 3)(3 + 5) = (0) \times (8) = 0$$

Exemple 2: Résoudre l'inéquation $(2x - 6)(x + 4)(3x - 1) = 0$

$$\text{Facteur 1 : } 2x - 6 = 0 \rightarrow 2x = 6 \rightarrow x = 3$$

$$\text{Facteur 2 : } x + 4 = 0 \rightarrow x = -4$$

$$\text{Facteur 3 : } 3x - 1 = 0 \rightarrow 3x = 1 \rightarrow x = 1/3$$

$$S = \{-4 ; 1/3 ; 3\}$$

Exemple 3: Résoudre l'inéquation $x(x - 1) = 0$

Attention à ne pas oublier la solution $x = 0$!

$$x = 0 \text{ OU } x - 1 = 0 \rightarrow x = 1$$

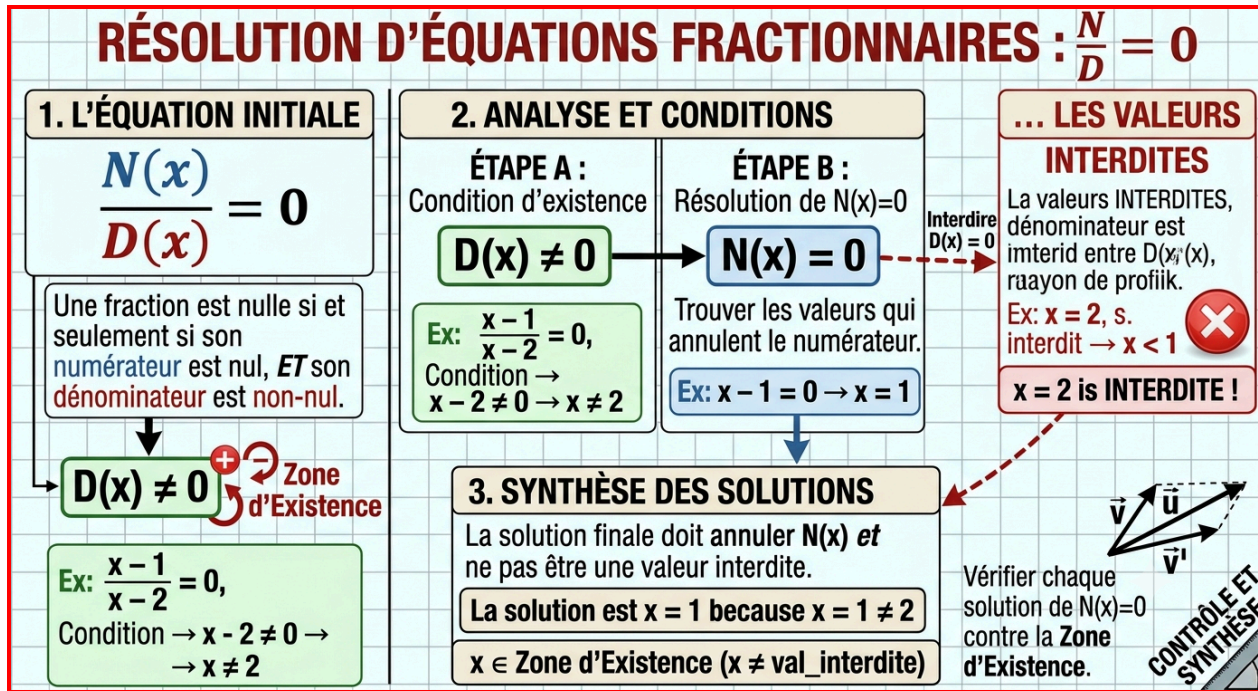
$$S = \{0 ; 1\}$$

V. ÉQUATION QUOTIENT NUL

1. THÉORÈME DU QUOTIENT NUL

Un quotient est nul si et seulement si son NUMÉRATEUR est nul ET son DÉNOMINATEUR est NON NUL.

$$N/D = 0 \Leftrightarrow N = 0 \text{ ET } D \neq 0$$



2. MARCHE À SUIVRE (OBLIGATOIRE)

1. On identifie les VALEURS INTERDITES : on résout D = 0.
2. On note ces valeurs : x ≠ valeur interdite.
3. On résout N = 0.
4. On élimine les solutions qui sont des valeurs interdites.
5. On conclut.

Exemple 1 : $(x - 2)/(x + 3) = 0$

Étape 1 : Valeurs interdites : $x + 3 = 0 \rightarrow x = -3$

Donc $x \neq -3$

Étape 2 : Numérateur nul : $x - 2 = 0 \rightarrow x = 2$

Étape 3 : $2 \neq -3 \rightarrow$ solution autorisée

$$S = \{2\}$$

Exemple 2 : $(x^2 - 9)/(x - 3) = 0$

Étape 1 : Valeurs interdites : $x - 3 = 0 \rightarrow x = 3$

Donc $x \neq 3$

Étape 2 : Numérateur nul : $x^2 - 9 = 0 \rightarrow x^2 = 9 \rightarrow x = 3$ ou $x = -3$

Étape 3 : $x = 3$ est INTERDIT $\rightarrow$ on supprime
 $x = -3$ est autorisé

$$S = \{-3\}$$

Exemple 1 : $(x - 2)/(x - 2) = 0$

Étape 1 : Valeurs interdites : $x - 2 = 0 \rightarrow x = 2$

Donc $x \neq 2$

Étape 2 : Numérateur nul : $x - 2 = 0 \rightarrow x = 2$

Étape 3 : $x = 2$ est interdit $\rightarrow$ aucune solution

$$S = \emptyset$$

VI. TABLEAU DE SIGNE POUR PRODUIT ET QUOTIENT

1. Principe des tableaux de signes

Pour résoudre une inéquation comme $(ax + b)(cx + d) \leq 0$ ou $\frac{ax + b}{cx + d} > 0$, on étudie le SIGNE de chaque facteur puis le signe du produit/quotient.

ÉTUDE DU SIGNE D'EXPRESSIONS COMPOSÉES

CAS 1 : LE PRODUIT $(ax+b)(cx+d)$

	valeurs de x				
x	$-\infty$	r_1	r_2	$+\infty$	
Signe de $ax+b$	$+/-$	0	-	0	$+/-$
Signe de $cx+d$	$+/-$	0	-	0	$+/-$
Signe du PRODUIT	$+/-$	0	-	0	$+/-$

I Signe de PRODUIT $(ax+b)(cx+d) \neq 0$
 Oquation du produit s'annule $\neq 0$

CAS : Le produit enethénement x- 1 ets 2 secuis une valeur du produit.

CAS 2 : LE QUOTIENT $\frac{ax+b}{cx+d}$

	valeurs de x				
x	$-\infty$	r_1	x_i (val. interdite)	r_2	$+\infty$
Signe de $ax+b$ (Num.)	$+/-$		-		$+/-$
Signe de $cx+d$ (Dén.)	-		0	0	-
Signe du QUOTIENT	-				$+/-$

Les valeurs intrdites sont contribse || quel ct valeurs marqués de || darnitte t; x $\in 0$.

Des valeurs en dénominate de marqués en $x_i \in ||$

CONTRÔLE ET SYNTHÈSE

2. Règles de signe de produit

Signe facteur 1	Signe facteur 2	Signe produit
+	+	+
+	-	-
-	+	-
-	-	+

-	+	-
+	-	-

Exemple 1 : Résoudre $(x - 3)(x + 5) < 0$

Étape 1 : Racines : $x = 3$ et $x = -5$

Étape 2 : Tableau de signes

TABLEAU DE SIGNE DU PRODUIT : $(x-3)(x+5)$				
x	$-\infty$	-5	3	$+\infty$
Signe de $(x-3)$	-	-	0	+
Signe de $(x+5)$	-	0	+	+
Signe du PRODUIT $(x-3)(x+5)$	+	0	-	+

Étape 3 : Lecture : on cherche < 0 (strictement négatif)

Le signe - se trouve sur $] -5 ; 3[$

$S =] -5 ; 3[$

Exemple 2 : Résoudre $\frac{x-2}{x+4} < 0$

Étape 1 : Racines et valeurs interdites

Numérateur nul : $x = 2$

Dénominateur nul : $x = -4$ (valeur interdite)

Étape 2 : Tableau de signes

TABLEAU DE SIGNE DU QUOTIENT : $(x-2)/(x+4) \leq 0$

x	$-\infty$	-4	2	$+\infty$
Signe de (x-2) (Num.)	-	-	0	+
Signe de (x+4) (Dén.)	-	0	+	+
Signe du QUOTIENT (x-2)/(x+4)	+	 ⊗	0	+

Zones de signe négatif ou nul (≤ 0) : $x \in [-4, 2]$.

Note: -4 est une valeur interdite.

Étape 3 : Lecture : Lecture : on cherche ≤ 0

Le signe - est sur $] -4 ; 2[$

Le quotient est nul en $x = 2$

$x = -4$ est exclu (valeur interdite)

$S =] -4 ; 2]$

VII. EQUATION DE SECONDE DEGRE

1. Forme generale

Un trinôme du second degré s'écrit : $ax^2 + bx + c$ avec $a \neq 0$

2. Forme Canonique

Tout trinôme du second degré : $ax^2 + bx + c$ avec $a \neq 0$ peut s'écrire sous une forme particulière appelée **forme canonique** :

$$f(x) = \alpha(x - \alpha)^2 + \beta$$

Ou $\alpha = -\frac{b}{2a}$ et $\beta = f(\alpha)$

La forme canonique permet d'identifier facilement le **sommet de la parabole** associée à la fonction.

Le sommet a pour coordonnées : $S(\alpha; \beta)$

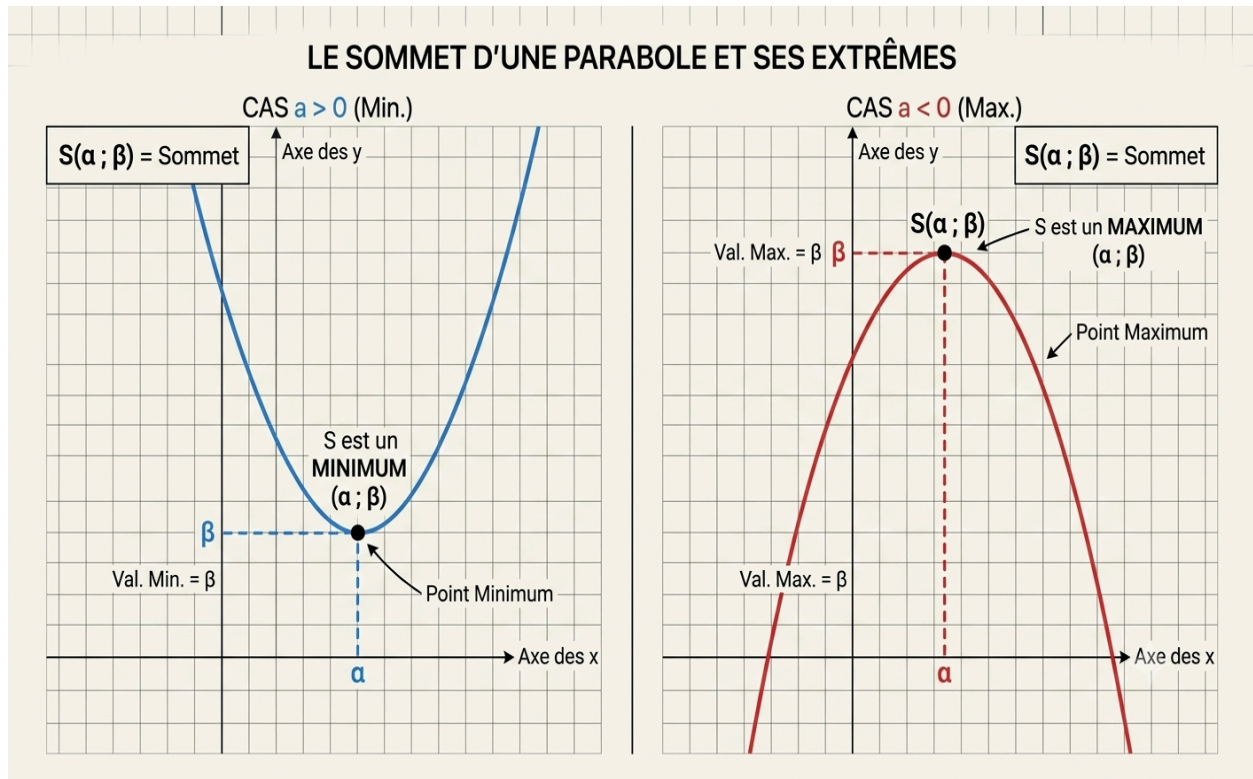
Interpretation geometrique

Dans l'expression $f(x) = \alpha(x - \alpha)^2 + \beta$

- α représente l'abscisse du sommet ;
- β représente l'ordonnée du sommet ;
- la droite d'équation $x = \alpha$ est l'axe de symétrie de la parabole.

Si $a > 0$, la parabole est ouverte vers le haut et le sommet correspond à un **minimum**.

Si $a < 0$, la parabole est ouverte vers le bas et le sommet correspond à un **maximum**.



3. Le Discriminant

Le discriminant Δ (delta) est défini par : $\Delta = b^2 - 4ac$

a. Si $\Delta > 0$

Lorsque le discriminant est positif, l'équation possède **deux solutions réelles distinctes**.

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ et } x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

Comme $\sqrt{\Delta}$ est un nombre positif, les deux valeurs obtenues sont différentes.

Lorsque le discriminant est positif, l'équation possède **deux solutions réelles distinctes**.

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ et } x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

Comme $\sqrt{\Delta}$ est un nombre positif, les deux valeurs obtenues sont différentes.

Exemple

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

Calculons le discriminant

$$\Delta = (-5)^2 - 4(1)(6) = 25 - 24 = 1$$

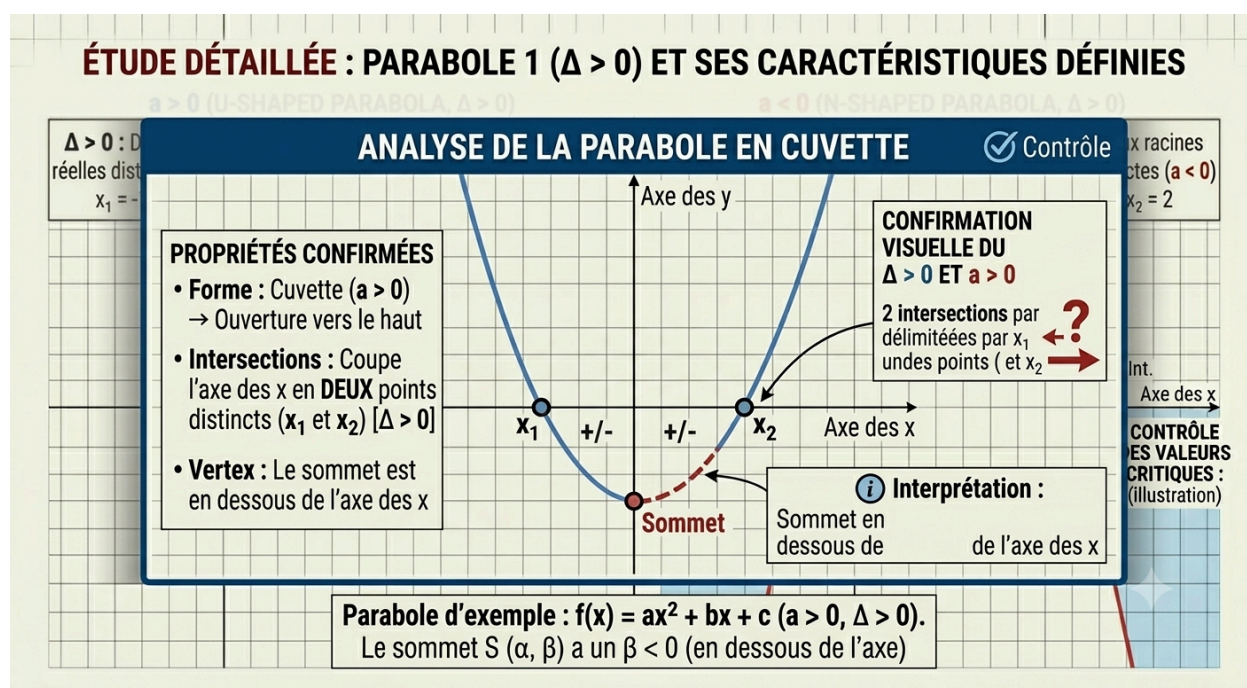
Il y a donc deux solutions

$$x_1 = \frac{-(-5) - \sqrt{1}}{2} = 2 \text{ et } x_2 = \frac{-(-5) + \sqrt{1}}{2} = 3$$

Solutions: $S = \{2; 3\}$

Interprétation graphique

La parabole coupe l'axe des abscisses en **deux points distincts**.



b. Si $\Delta = 0$

Lorsque le discriminant est nul, l'équation possède **une seule solution réelle**, appelée **racine double**.

$$x = \frac{-b}{2a}$$

Exemple

$$x^2 - 6x + 9 = 0$$

Calculons le discriminant

$$\Delta = (-6)^2 - 4(1)(9) = 36 - 36 = 0$$

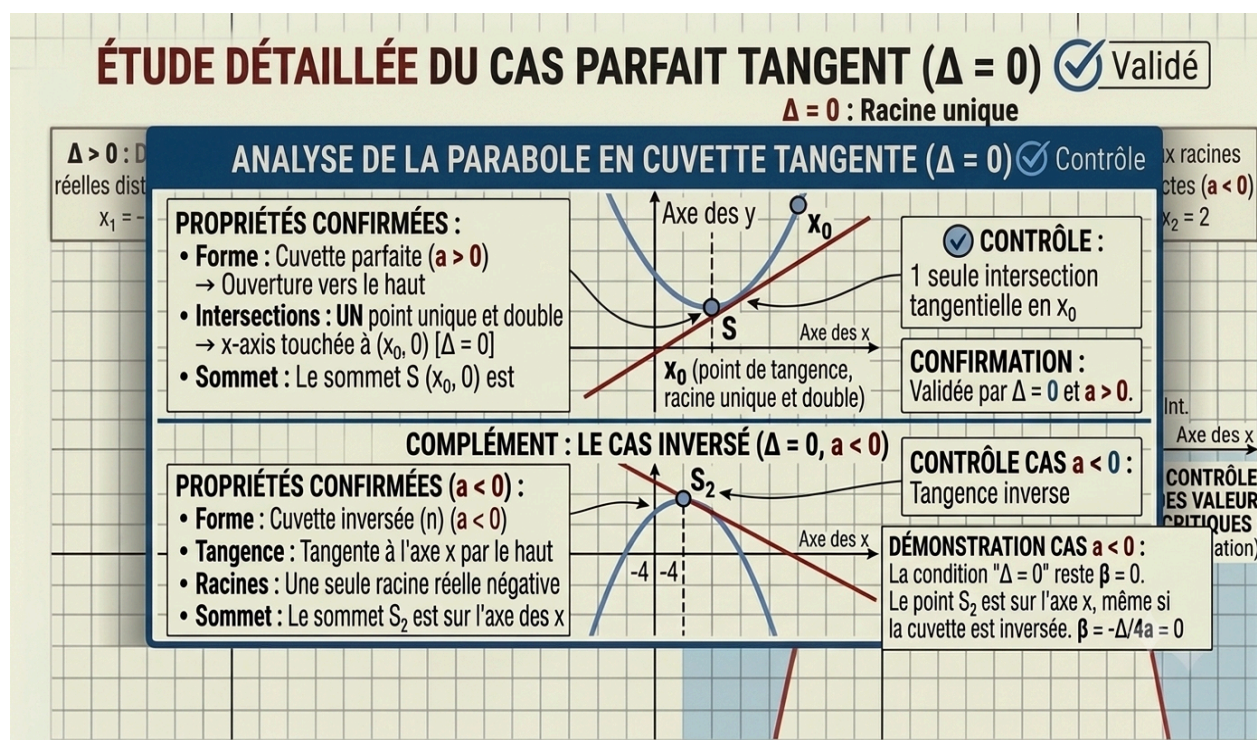
Il y a donc deux solutions

$$x = \frac{-(-6)}{2} = 3$$

Solutions: $S = \{3\}$

Interprétation graphique

La parabole touche l'axe des abscisses en **un seul point**.



c. Si $\Delta < 0$

Lorsque le discriminant est négatif, l'équation ne possède **aucune solution réelle**. Pourquoi ? Parce qu'il faudrait calculer la racine carrée d'un nombre négatif

Exemple

$$x^2 - 4x + 9 = 0$$

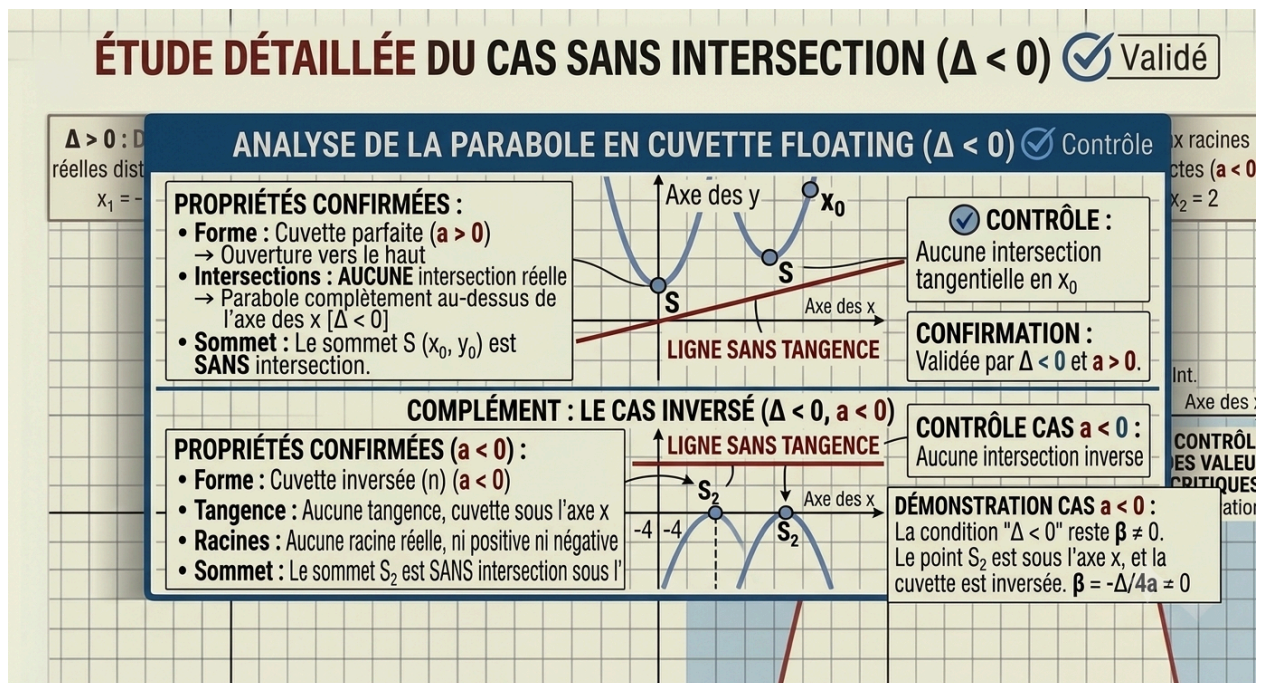
Calculons le discriminant

$$\Delta = (-4)^2 - 4(1)(9) = 16 - 36 = -20$$

Solutions: $S = \{\emptyset\}$

Interprétation graphique

La parabole ne coupe jamais l'axe des abscisses.



VIII. SIGNE DU TRINÔME ET INÉQUATIONS DU SECOND DEGRÉ

Soit $f(x) = ax^2 + bx + c$ avec $a \neq 0$

1. Si $\Delta > 0$

a. $a > 0$

TABLEAU DE SIGNE POUR

$f(x) = ax^2 + bx + c$ ($\Delta > 0, a > 0$)

X	$-\infty$	X_1	X_2	$+\infty$
Signe de $f(x)$	+	0	-	0

$$X_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

SOLUTION $f(x)$

$$X_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

b. $a < 0$

TABLEAU DE SIGNE POUR $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($\Delta > 0, a < 0$)

X	$-\infty$	X_1	X_2	$+\infty$	
Signe de $f(x)$	-	0	+	0	-

$$X_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

SOLUTION $f(x)$

$$X_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

2. Si $\Delta = 0$

a. $a > 0$

TABLEAU DE SIGNE POUR $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($\Delta = 0, a > 0$)

X	$-\infty$	X_1	$+\infty$
Signe de $f(x)$	+	0	+

$$X_1 = \frac{-b}{2a}$$

SOLUTION $f(x)$

$$X_2 = \frac{-b}{2a}$$

b. $a < 0$

TABLEAU DE SIGNE POUR $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($\Delta = 0, a < 0$)

X	$-\infty$	X_1	$+\infty$
Signe de $f(x)$	—	0	—

$$X_1 = \frac{-b}{2a}$$

SOLUTION $f(x)$

$$X_1 = \frac{-b}{2a}$$

3. Si $\Delta < 0$

a. $a > 0$

TABLEAU DE SIGNE POUR $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($\Delta < 0, a > 0$)

X	$-\infty$	$+\infty$
Signe de $f(x)$	+	

SOLUTION $f(x)$

b. $a < 0$

TABLEAU DE SIGNE POUR $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($\Delta < 0, a < 0$)		
X	$-\infty$	$+\infty$
Signe de $f(x)$	—	

SOLUTION $f(x)$

IX. SYSTÈMES DE DEUX ÉQUATIONS À DEUX INCONNUES

1. Forme generale

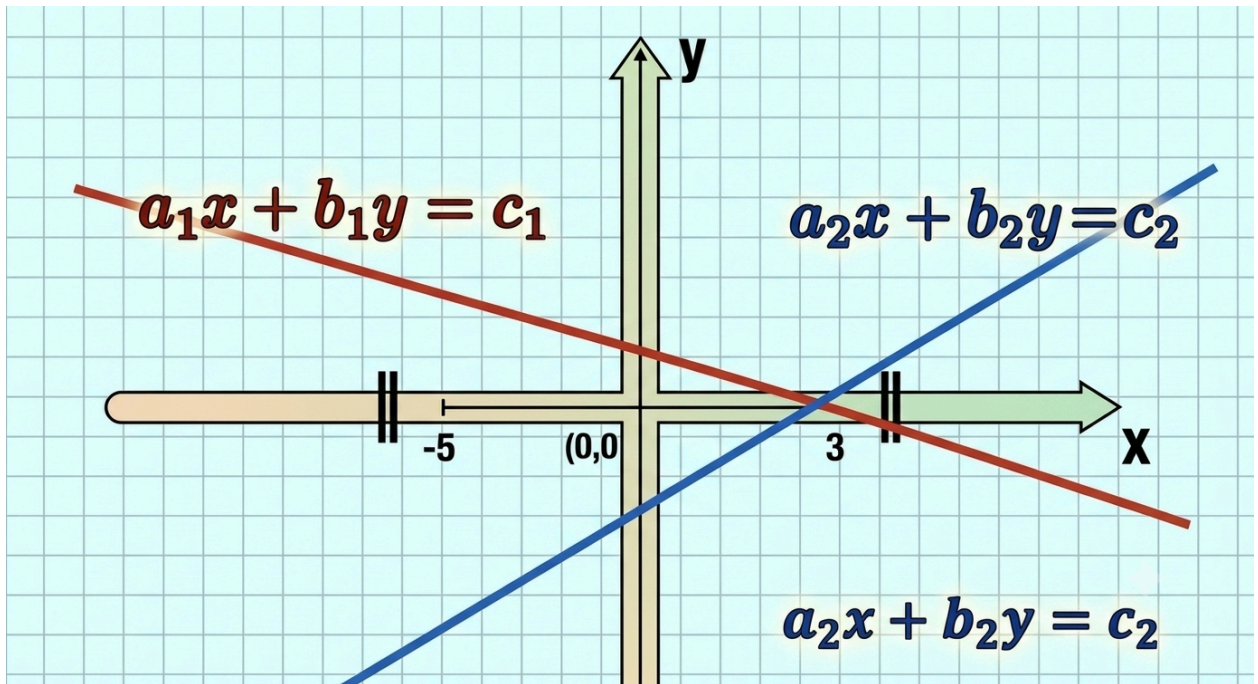
Un système linéaire de deux équations à deux inconnues s'écrit sous la forme :

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

où :

- x et y sont les inconnues ;
- $a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2$ sont des nombres réels ;

- Les deux équations doivent être vérifiées en même temps.
- Résoudre le système, c'est trouver TOUS les couples $(x ; y)$ qui vérifient les deux équations SIMULTANÉMENT.



2. Methode de substitution

Étapes :

- Dans une équation, exprimer une inconnue en fonction de l'autre.
- Remplacer (substituer) cette expression dans l'autre équation.
- Résoudre l'équation à une inconnue obtenue.
- Calculer la deuxième inconnue.
- Vérifier.

Exemple: SUBSTITUTION

Système :

$$\{ 2x + y = 7 \quad (1)$$

$$\{ 3x - 2y = 14 \quad (2)$$

Étape 1 : On exprime y dans (1) : $y = 7 - 2x$

Étape 2 : On remplace dans (2) : $3x - 2(7 - 2x) = 14$

Étape 3 : On résout :

$$3x - 14 + 4x = 14$$

$$7x - 14 = 14$$

$$7x = 28$$

$$x = 4$$

Étape 4 : $y = 7 - 2 \times 4 = 7 - 8 = -1$

Étape 5 : Vérification

$$(1) : 2 \times 4 + (-1) = 8 - 1 = 7$$

$$(2) : 3 \times 4 - 2 \times (-1) = 12 + 2 = 14$$

$$S = \{(4 ; -1)\}$$

3. Méthode de combinaison(addition)

Étapes :

- Multiplier les équations par des coefficients pour obtenir des coefficients opposés sur une inconnue.
- Additionner les deux équations pour éliminer cette inconnue.
- Résoudre l'équation à une inconnue.
- Calculer la deuxième inconnue.
- Vérifier.

Exemple: SUBSTITUTION

Système :

$$\{ 2x + 3y = 12 \quad (1)$$

$$\{ 5x - 2y = 11 \quad (2)$$

Étape 1 : On veut éliminer y.

$$\text{On multiplie (1) par 2 : } 4x + 6y = 24$$

$$\text{On multiplie (2) par 3 : } 15x - 6y = 33$$

Étape 2 : Addition : $(4x + 6y) + (15x - 6y) = 24 + 33$

$$19x = 57$$

Étape 3 : $x = 57/19 = 3$

Étape 4 : On remplace $x = 3$ dans (1) : $2 \times 3 + 3y = 12$

$$6 + 3y = 12$$

$$3y = 6$$

$$y = 2$$

$$S = \{(3 ; 2)\}$$

4. Méthode graphique

Étapes

- Mettre chaque équation sous la forme : $y=ax+b$
- Choisir quelques valeurs de x et calculer les valeurs correspondantes de y .
- Tracer les deux droites dans le même repère.
- Repérer le point d'intersection des deux droites.
- Lire les coordonnées du point d'intersection : $S(x ; y)$ Ce point représente la solution du système.
- Vérifier en remplaçant les valeurs trouvées dans les deux équations.

Interprétation graphique

CAS 1 : Les droites se coupent en un point unique

→ Une seule solution (le point d'intersection).

CAS 2 : Les droites sont parallèles (non confondues)

→ Aucune solution ($S=\emptyset$)

CAS 3 : Les droites sont confondues

→ Une infinité de solutions.

Exemple

Résoudre graphiquement :

$$\begin{cases} x + y = 4 \\ x - y = 2 \end{cases}$$

On écrit :

$$y = 4 - x$$

Et

$$y = x - 2$$

Tracer les deux droites dans le même repère. Leur point d'intersection est :

$$(3 ; 1)$$

Donc :

$$S = \{(3 ; 1)\}$$

La solution du système est :

$$x = 3 \quad \text{et} \quad y = 1$$

X. INTERPRÉTATION GRAPHIQUE D'UNE INÉQUATION À DEUX INCONNUES

1. Inéquation linéaire à 2 inconnue

Une inéquation du premier degré à deux inconnues x et y peut s'écrire sous la forme :

$$ax + by + c \leq 0 \text{ (ou } <, >, \geq)$$

L'ensemble des solutions est un DEMI-PLAN (une moitié du plan délimitée par la droite d'équation $ax + by + c = 0$).

Exemple Résoudre $2x + 3y \leq 6$

2. Methode pour determiner le demi plan

- Tracer la droite $ax + by + c = 0$
 - Si $x = 0 \rightarrow by + c = 0 \rightarrow y = -c/b$ (si $b \neq 0$)
 - Si $y = 0 \rightarrow ax + c = 0 \rightarrow x = -c/a$ (si $a \neq 0$)
- Choisir un point TEST (le plus simple est l'origine $(0 ; 0)$ si elle n'appartient pas à la droite)
- Calculer $ax + by + c$ pour ce point
- Si l'inégalité est vérifiée, le demi-plan contenant le point test est la solution. Sinon, c'est l'autre demi-plan.
- Si l'inégalité est large ($\leq$ ou $\geq$), la droite est en trait PLEIN.
Si l'inégalité est stricte ($<$ ou $>$), la droite est en POINTILLÉS.

Exemple: Représenter $2x + 3y \leq 6$

Étape 1 : Tracer la droite $2x + 3y = 6$

$$- x = 0 \rightarrow 3y = 6 \rightarrow y = 2 \rightarrow \text{point } (0 ; 2)$$

$$- y = 0 \rightarrow 2x = 6 \rightarrow x = 3 \rightarrow \text{point } (3 ; 0)$$

Étape 2 : Point test : (0 ; 0)

$$2 \times 0 + 3 \times 0 = 0 \leq 6 \rightarrow \text{VRAI}$$

Étape 3 : Le demi-plan contenant l'origine est la solution.

Étape 4 : Inégalité $\leq$ $\rightarrow$ droite en trait PLEIN.

3. Système d'inéquations à deux inconnues

Un système d'inéquations se traduit par l'INTERSECTION de plusieurs demi-plans.

La solution est la région du plan qui vérifie TOUTES les inéquations.