MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

SECRÉTARIAT GÉNÉRAL

DIRECTION GÉNÉRALE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR

DIRECTION DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR

Service du Baccalauréat

MESUPRES

BACCALAURÉAT DE L'ENSEIGNEMENT GÉNÉRAL

SESSION 2022

D

Série	: Scientifique	Épreuve de	: **MATHÉMATIQUES**
Option	: **D**	Durée	: **3 heures 15 minutes**
Code matière	: **009**	Coefficient	: **4**

NB : - L'utilisation d'une machine calculatrice scientifique non programmable est autorisée.
- Les deux exercices et le problème sont obligatoires.

Exercice 1(05 points)

Soit P le polynôme à variable complexe z défini par :

$P(z) = z^2 - iz - 1 + i$

1) Résoudre dans $\mathbb{C}$, l'équation $P(z) = 0$ (0,75 pt)

2) Dans le plan complexe $(\mathscr{P})$ muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$ d'unité 1cm, on donne les points A, B, C d'affixes respectives $z_A = 1$; $z_B = -1 + i$ et $z_C = 1 + 5i$

   a) Placer les points A,B,C (0,75 pt)
   b) Montrer que ABC est un triangle rectangle en B (0,5 pt)
   c) Déterminer et construire, dans $(\mathscr{P})$, l'ensemble $(\mathscr{D})$ des points M d'affixe z vérifiant
   $\left|\frac{z-1}{z+1-i}\right| = 1$ (1 pt)

3) Soit S la similitude plane directe qui laisse invariant le point B et transforme A en C
   a) Donner l'expression complexe et les éléments caractéristiques de S (1,25 pt)
   b) Déterminer et construire, dans $(\mathscr{P})$, l'ensemble (Γ) image de l'ensemble $(\mathscr{D})$ par S. (0,75 pt)

Exercice 2(05 points)

On dispose d'une urne contenant six jetons indiscernables au toucher dont :
- Trois jetons numérotés 1
- Deux jetons numérotés 2
- Un jeton numéroté 3

et d'un dé cubique bien équilibré dont les faces sont numérotées de 1, 1, 2, 2, 2, 3
L'épreuve (E) consiste à tirer au hasard et simultanément deux jetons de l'urne et à lancer une fois le dé.
I- On effectue une épreuve. On suppose que tous les événements élémentaires sont équiprobables.

1. Calculer les probabilités des événements suivants :
   A : " Le produit des trois numéros obtenus est égal à 4 " (0,75 pt)
   B : " La somme des trois numéros obtenus est égale à 5" (0,75 pt)
2. Soit X la variable aléatoire égale au nombre de numéro 2 obtenu lors d'une épreuve.
   Donner la loi de probabilité de X. (1,5 pt)

II- 1. Lors d'une épreuve, on appelle "succès" l'obtention de trois numéros impairs.
Montrer que la probabilité d'avoir un succès est égale à $\frac{1}{5}$. (0,75 pt)

2. Soit $n \in \mathbb{N}^*\backslash\{1\}$. On répète n fois de suite et d'une manière indépendante l'épreuve (E) :

a) Calculer la probabilité p_n de l'événement : (0,75 pt)

A_n : " Obtenir au moins un succès lors des n épreuves "

b) Déterminer le nombre minimum d'épreuves qu'on doit effectuer pour que $p_n > 0,99$. (0,5 pt)

Problème(10 points)

On considère la fonction numérique f définie sur $[-1;+\infty[$ par :

$$\begin{cases} f(-1) = e \\ f(x) = (x+1)\ln(x+1) + \mathrm{e}^{-x} \quad \text{si } x > -1 \end{cases}$$

On désigne par $(\mathscr{C})$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$ tels que

$\|\vec{\imath}\| = 2cm$ et $\|\vec{\jmath}\| = 1cm$

1- a) Etudier la continuité à droite en $x_0 = -1$ de la fonction f (0,5 pt)

b) Montrer que $\lim\limits_{x \to -1^+} \frac{f(x)-f(-1)}{x+1} = -\infty$ (On peut poser X = $x+1$) (0,75 pt)

2) Soit g la fonction définie sur $]-1;+\infty[$ par $g(x) = 1 + \ln(x+1) - \mathrm{e}^{-x}$

a) Etudier la variation de g (0,75 pt)

b) Calculer $g(0)$ et en déduire le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x (0,75 pt)

3- a) Calculer $f'(x)$ où f' est la fonction dérivée première de f (0,75 pt)

b) Dresser le tableau de variation de f (1,25 pt)

4- a) Etudier la branche infinie de $(\mathscr{C})$. (0,25 pt)

b) Construire $(\mathscr{C})$ en précisant la demi-tangente au point d'abscisse $x_0 = -1$ (1,75 pt)

5) A l'aide d'une intégration par partie, calculer, en cm², l'aire du domaine plan limité par la courbe $(\mathscr{C})$, l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives $x = 0$ et $x = 2$ (1 pt)

6) Soit $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par :

$$U_n = \int_{\frac{n}{2}}^{\frac{n+1}{2}} e^{-x}\,dx \qquad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}$$

a) Exprimer U_n en fonction de n. (1 pt)

b) Montrer que $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme. (1,25 pt)