

DENOMBREMENTS ET PROBABILITES

Table des matières

Partie II : PROBABILITE.....	2
I. Introduction.....	2
II. Notion de probabilité	2
1. Expérience aléatoire.....	2
2. Probabilité d'un événement	3
a) Définition.....	3
b) Probabilité d'un événement élémentaire	3
c) Probabilité d'un évènement contraire.....	4
3. Equiprobabilité.....	5

Partie II : PROBABILITE

Objectifs d'apprentissage	Contenus	Observations
<ul style="list-style-type: none">Calculer la probabilité d'un évènement.	<ul style="list-style-type: none">Probabilité d'un évènementEquiprobabilité	

I. Introduction

La probabilité est une évaluation du caractère probable d'un évènement.

La probabilité d'un évènement est un nombre réel compris entre 0 et 1. Plus ce nombre est grand, plus le risque (ou la chance, selon le point de vue) que l'évènement se produise est grand. Si on considère que la probabilité qu'un lancer de pièce donne pile est égale à $\frac{1}{2}$, cela signifie que, si on lance un très grand nombre de fois cette pièce, la fréquence des piles va tendre vers $\frac{1}{2}$.

L'étude des probabilités concerne l'aspect aléatoire et en partie imprévisible de certains phénomènes, en particulier les jeux de hasard. Ceux-ci ont conduit les mathématiciens à développer une théorie qui conduit ensuite une approche simplifiée des concepts et résultats en probabilité.

II. Notion de probabilité

1. Expérience aléatoire

On dit d'une expérience qu'elle est aléatoire lorsqu'elle vérifie trois conditions :

- on connaît tous les résultats possibles de l'expérience ;
- le résultat n'est pas prévisible ;
- on peut reproduire plusieurs fois l'expérience dans les mêmes conditions.

Une expérience (lancé un dé par exemple) est aléatoire lorsqu'elle a plusieurs résultats ou issues (pile ou face) et que l'on ne peut pas prévoir, à priori, quel résultat se produira.

L'ensemble des issues d'une expérience s'appelle l'univers (pile, face).

Exemple : lancement d'un dé à six faces et le nombre de points inscrits sur la face du dessus.

Dans une expérience aléatoire :

- L'univers $\Omega = \{ e_1 ; e_2 ; \dots ; e_n \}$ est l'ensemble des cas possibles ou éventualités ou issues.
- Un événement est une partie de l'univers Ω .
- Un événement élémentaire est une partie à un élément.
- L'événement impossible est la partie vide \emptyset - Ω est l'événement certain.

2. Probabilité d'un événement

a) Définition

Un événement est constitué de plusieurs issues d'une même expérience aléatoire.

Par exemple, si on lance un dé à 6 faces, on peut considérer l'événement suivant :

« On obtient un nombre supérieur ou égal à 5. »

Cet événement est constitué des issues : « 5 » et « 6 ».

Pour évaluer, les chances que cet événement se réalise, on peut effectuer un calcul de probabilité :

Quelles sont les chances que l'événement précédent se réalise ?

Cet événement possède 2 issues possibles sur 6 issues en tout. Il a donc 2 chances sur 6 de se réaliser.

On dit que la probabilité que cet événement se réalise est de 2 sur 6 que l'on peut noter $\frac{2}{6}$ ou même

$$\frac{1}{3} \text{ car } \frac{2}{6} = \frac{1}{3}.$$

La probabilité d'un événement est un nombre compris entre 0 et 1 qui exprime « la chance qu'a un événement de se produire ».

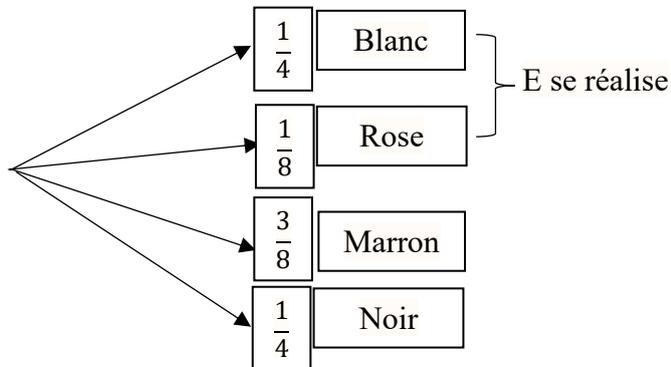
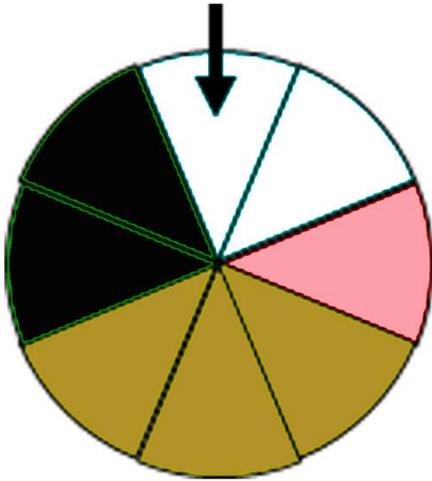
b) Probabilité d'un événement élémentaire

Les fréquences obtenues d'un événement se rapprochent d'une valeur théorique lorsque le nombre d'expérience augmente (Loi des grands nombres). Cette valeur s'appelle la probabilité de l'événement élémentaire E.

Exemple :

Soit l'événement E « La roue s'arrête sur un secteur blanc ou rose ».

On pourrait se demander quelle est la probabilité que cet événement se réalise ?



On dit que la probabilité que l'événement E se réalise est égale à $\frac{3}{8}$ et on note :

$$P(E) = \frac{3}{8}$$

c) Probabilité d'un événement contraire

L'événement contraire de A, noté \bar{A} , est l'ensemble de toutes les issues de n'appartenant pas à A.

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

Exemple :

- On considère l'expérience aléatoire suivante :

On lance un dé à six faces et on regarde le nombre de points inscrits sur la face du dessus.

Soit E l'événement : « La face du dessus est un 1 ou un 6 ».

Alors l'événement contraire de E est : « La face du dessus est un 2, un 3, un 4 ou un 5 ». Cet événement est noté \bar{E} .

- On lance un dé à 6 faces et on regarde la face du dessus.

On pose : $A = \ll \text{On obtient un 1} \gg$ et donc $\bar{A} = \ll \text{On obtient un 2, 3, 4, 5 ou 6.} \gg$

Les évènements A et \bar{A} sont contraires :

Application 7: La probabilité de gagner au tennis contre Evelyne est : $P(G) = 0,2$. Calculer la probabilité de perdre contre Evelyne.

3. Equiprobabilité

En cas d'équiprobabilité (chaque issue a autant de chance de se produire) . La probabilité d'un évènement A est :

$$P(A) = \frac{\text{Nombre de cas favorables à A}}{\text{Nombre de cas possible}}$$

Partons de l'exemple de ce jeu suivant :

On lance un dé à six faces et on regarde le nombre de points inscrits sur la face du dessus.

Soit E l'évènement : « La face du dessus est un 1 ou un 6 ».

On gagne au jeu si l'évènement E se réalise.

a) Quelle est la probabilité de gagner ?

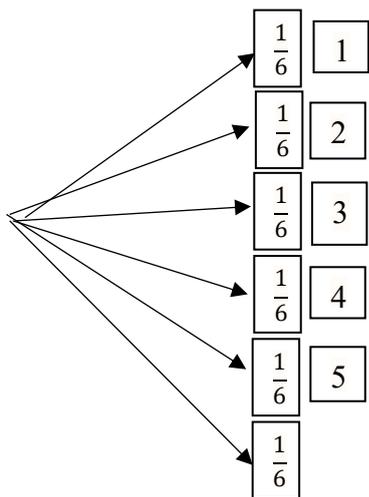
b) Quelle est la probabilité de perdre ?

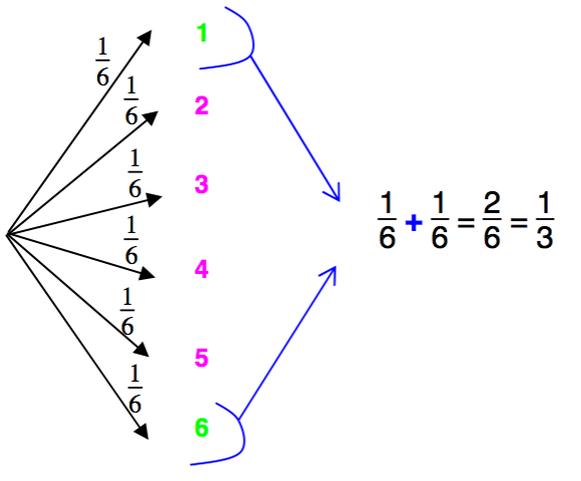
Réponse :

a) On construit l'arbre des possibles de l'expérience aléatoire :

Chaque issue a la même probabilité : il y a une chance sur six de sortir un 1, un 2, ... ou un 6.

On dit qu'il y a équiprobabilité.





Ainsi $P(E) = \frac{1}{3}$

La probabilité que l'événement E se réalise est de $\frac{1}{3}$.

Il y a donc une chance sur trois de gagner.

b) Calculer la probabilité de perdre revient à calculer la probabilité que l'événement E ne se réalise pas. Il s'agit de l'événement contraire de l'événement E , et on le note \bar{E} .

On sait que $P(E) = \frac{1}{3}$ donc $P(\bar{E}) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$.

Il y a donc deux chances sur trois de perdre.

Application 8 :

On jette une pièce de monnaie 3 fois de suite.

1) Donner la liste de tous les résultats possibles en notant P pour Pile et F pour Face (exemple : PPF).

2) Donner la probabilité des événements suivants :

A « le tirage ne comporte que des Piles ».

B « le tirage comporte au moins une fois Face ».