Mathématiques 1S

Trigonométrie

RELATION DEGRE – RADIAN – GRADE

Partie I: RELATION DEGRE - RADIAN – GRADE

Objectifs d'apprentissages	Contenus	Observations
• Renforcer les acquis.	• Relation entre : le degré, le radian et les grades.	

I. Introduction

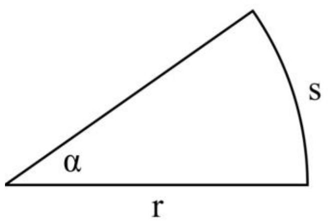
La trigonométrie est une géométrie appliquée. Elles font correspondre l'angle au centre et la longueur de la corde interceptée dans le cercle. La trigonométrie trouve des applications très diverses, particulièrement dans les sciences physiques. La propagation des ondes, par exemple, est transcrite par des fonctions trigonométriques.

II. Relation entre degré, radian et grade

1. Le radian

a. Définition

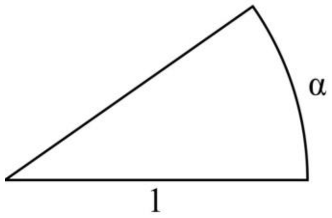
Le radian est La mesure d'un angle égale au rapport de (la longueur de l'arc intercepte par l'angle) au (rayon du cercle):



b. Mesure de l'angle en radians

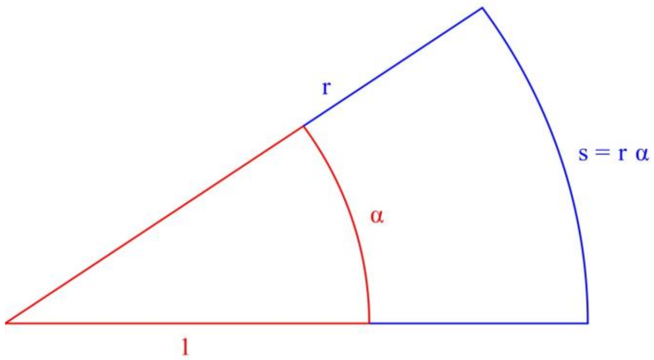
$$\alpha = \frac{S}{r} = \frac{\text{longueur de l'arc}}{\text{rayon}}$$

Le radian étant un nombre pur, l'unité [rad] ne s'écrit pas. Autrement dit, quand aucune unité d'angle n'est indiquée, la valeur numérique donnée est implicitement exprimée en radians. Si [rad] est parfois rajouté, c'est pour aider les personnes qui ne sont pas familières du domaine.



En mots : “La mesure d’un angle en radians est égale à la longueur de l’arc intercepté par l’angle sur le cercle.”

La définition du radian est motivée par la simplicité avec laquelle s’exprime le calcul des longueurs d’arc sur un cercle quelconque :



s= r x α

(Longueur d’arc) = (rayon) × (angle en radians)

c. Correspondance entre radians et degrés

La mesure de l’angle en radians qui correspond à 360 ° est égale à la longueur du cercle divisé par le rayon :

$$\alpha = \frac{s}{r} = \frac{2 \times \pi \times r}{r} = 2 \times \pi \ [\text{rad}] = 360\,°$$

Retenons la correspondance suivante qui représente un demi-tour, c’est à dire un angle plat : π[rad] = 180°

2 π = 360

$\frac{\pi}{2}$ = 90°

$\frac{\pi}{3}$ = 60°

$\frac{\pi}{4} = 45°$

$\frac{\pi}{6} = 30°$

En valeurs approximatives

3.14159 [rad] $\approx$ 180°

1 [rad] $\approx$ 57.29578°

1° $\approx$ 0.0174533 [rad]

- Pour convertir les degrés en radians : on multiplie la mesure de l'angle par π, puis on divise le résultat par 180°.

Exemple : conversion de 27 ° en radians :

$27° = \frac{27 \text{ x } \pi}{180} = 0{,}4702389$

- Pour convertir les radians en degrés : on multiplie la mesure de l'angle par 180°, puis on divise le résultat par π.

Exemple : conversion de 0.35 en degrés :

$0{,}35 = \frac{27 \text{ x } 180}{\pi} = 20{,}053523°$

Si π apparaît dans l'expression de l'angle, on remplace π par 180°.

Exemple : conversion de $\frac{\pi}{5}$ en degré :

$\frac{\pi}{5} = \frac{180}{5} = 36$

2. Grade

a. Définition

Le grade a été introduit dans le système métrique décimal pour remplacer le degré dans les mesures angulaires, notamment dans les mesures de latitudes et longitudes : au lieu de se diviser en 90 degrés, l'angle droit se divise en 100 grades.

Avant, le symbole du grade était **gr**. Aujourd'hui, son symbole est **gon**

b. Correspondance entre radians et grades

Le grade, aussi appelé *degré centésimal*, est la centième partie de l'angle droit : 100 gon = $\frac{\pi}{2}$

Retenons la correspondance suivante qui représente un demi-tour, c'est-`a-dire un angle plat : π [rad] = 200 gon

$2\,\pi$ = 400 gon

$\frac{\pi}{2}$ = 100 gon

$\frac{\pi}{4}$ = 50 gon

$\frac{\pi}{5}$ = 40 gon

$\frac{\pi}{8}$ = 25 gon

En valeurs approximatives

3.14159 [rad] ≈ 200 gon

1 [rad] ≈ 63.6619772 gon

1 gon ≈ 0.01570796 [rad]

L'expression des angles en grades donne une formule simple pour calculer les longueurs d'arcs :

Longueur de l'arc = $\frac{\text{Angle en grade x circonference}}{400}$

ou

= $\frac{\text{Angle en grade x quart de circonference}}{100}$

- Pour convertir les grade en radians : on multiplie la mesure de l'angle par π, puis on divise le résultat par 200gon.

Exemple : conversion de 27gon en radians :

27gon = $\frac{27 \text{ x } \pi}{200}$ = 0,4241150

- Pour convertir les radians en grade : on multiplie la mesure de l'angle par 200gon, puis on divise le résultat par π.

Exemple : conversion de 0.35 en degrés :

$0,35 = \frac{27 \text{ x } 200}{\pi} = 22,2816920$

Si π apparaît dans l'expression de l'angle, on remplace π par 200gon.

Exemple : conversion de $\frac{\pi}{5}$ en degré :

$\frac{\pi}{5} = \frac{200}{5} = 40\text{gon}$

Application 1 :

1) Donner la mesure en radians de l'angle de mesure 33°.

2) Donner la mesure en degrés de l'angle de mesure $\frac{3\pi}{8}$ radians.