

# Statistiques

## Table des matières

Chapitre II: STATISTIQUE .....	2
I. Les caractères des positions .....	2
1. Les quartiles .....	2
a) Premier quartile : .....	2
b) Troisième quartile : .....	2
1. Moyenne : .....	2
2. Médiane : .....	3
II. Les caractères de dispersion.....	3
1. Variance : .....	3
2. Ecart-type : .....	3
3. écart interquartile.....	4
a) Etendue : .....	4
b) Ecart interquartile : .....	4

# Chapitre II: STATISTIQUE

Objectifs d'apprentissage	Contenues	Observations
<ul style="list-style-type: none"> <li>Organiser, modéliser, classifier des données : recensement de la population, climatiques, sanitaire...</li> <li>Construire et interpréter la boîte à moustaches.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li><b>Statistique :</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Les caractères de position : les quartiles, déciles, médiane et moyenne.</li> <li>Les caractères de dispersion : étendue, écart interquartile, variance et écart type.</li> <li>La boîte à moustaches.</li> </ul> </li> </ul>	On traitera le taux de deux évolutions successives à titre d'exercice.

## I. Les caractères des positions

Les caractères de positions permettent de situer la série vers une certaine valeur.

### 1. Les quartiles

#### a) Premier quartile :

Le **premier quartile**  $Q_1$  est la **plus petite valeur de la série** telle qu'**au moins**  $\frac{1}{4}$  des valeurs de la série (25%) sont **inférieures ou égales** à  $Q_1$ .

#### b) Troisième quartile :

Le **troisième quartile**  $Q_3$  est la **plus petite valeur de la série** telle qu'**au moins**  $\frac{3}{4}$  des valeurs de la série (75%) sont **inférieures ou égales** à  $Q_3$ .

### 1. Moyenne :

La **moyenne** d'une série statistique est le **quotient de la somme de ses valeurs et de son effectif total**.

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n}$$

Si à chaque valeur  $v_i$  est associé un effectif  $n_i$  on a (**moyenne pondérée**) :

$$\bar{x} = \frac{n_1 \times x_1 + n_2 \times x_2 + \dots + n_p \times x_p}{n_1 + n_2 + \dots + n_p} = \frac{\sum_{i=1}^p n_i \times x_i}{\sum_{i=1}^p n_i}$$

Si on connaît les **moyennes partielles** de deux sous-groupes, on peut également calculer la moyenne :

$$\bar{x} = \frac{n_a \times \bar{x}_a + n_b \times \bar{x}_b}{n_a + n_b}$$

*Cette formule se généralise lorsqu'il y a plus de deux sous-groupes.*

## 2. Médiane :

La **médiane** est la valeur qui **sépare la série en deux groupes de même effectif** : l'un ayant toutes ses valeurs en-dessous de la médiane, l'autre ayant toutes ses valeurs au-dessus.

S'il y a  **$2n+1$  valeurs** dans la série (effectif total impair) : la médiane est  $x_{n+1}$  ( **$n + 1^{\text{ème}}$  valeur**)

S'il y a  **$2n$  valeurs** dans la série (effectif total pair) : la médiane est la **moyenne des  $n^{\text{ème}}$  et**

**$n + 1^{\text{ème}}$  valeurs** soit  $\frac{x_n + x_{n+1}}{2}$

## II. Les caractères de dispersion

Les caractères de dispersion permettent d'évaluer si l'ensemble des valeurs de la série est proche ou non de la valeur moyenne ou médiane. La comparaison des diagrammes en boîtes de deux séries permet de comparer à vue d'œil leur dispersion autour de la valeur médiane.

### 1. Variance :

Soit une série de valeurs  $V_i$  associées à des effectifs  $n_i$ . La **variance** est :

$$V = \frac{n_1(V_1 - \bar{x})^2 + n_2(V_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_p(V_p - \bar{x})^2}{n_1 + n_2 + \dots + n_p} = \frac{\sum_{i=1}^p n_i (V_i - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^p n_i}$$

Soit également :

$$V = \frac{\sum_{i=1}^p n_i \times V_i^2}{\sum_{i=1}^p n_i} - \bar{x}^2$$

(« la moyenne des carrés moins le carré de la moyenne »)

### 2. Ecart-type :

L'**écart-type** est la racine carrée de la variance :

$$\sigma = \sqrt{V}$$

L'écart-type correspond à l'écart moyen entre une valeur et la moyenne.

Exemple :

Voici les notes correspondant à un groupe d'élèves :

notes	7	9	10	12	14	18
effectif	2	2	2	1	4	1

**Moyenne :**

$$\bar{x} = \frac{2 \times 7 + 2 \times 9 + 2 \times 10 + 1 \times 12 + 4 \times 14 + 18 \times 1}{12}$$

$$\bar{x} = 11,5$$

**Ecart-type :**

$$\sigma = \sqrt{V} = \sqrt{\frac{2x(7-11,5)^2 + 2x(9-11,5)^2 + 2x(10-11,5)^2 + 1x(12-11,5)^2 + 4x(14-11,5)^2 + 1x(18-11,5)^2}{12}}$$

$$\sigma \approx 3,23$$

### 3. écart interquartile

a) Etendue :

L'étendue d'une série est la différence entre la plus grande et la plus petite valeur de la série.

b) Ecart interquartile :

L'écart interquartile est la différence entre les premiers et troisièmes quartiles.

$$EI = Q_3 - Q_1$$

**Diagramme en boîtes :**

Un diagramme en boîtes (ou « boîte à moustaches ») est un diagramme permettant de visualiser médiane, quartiles, écart interquartile et étendue de la série.

Les valeurs sont reportées sur un axe horizontal, les quartiles sont représentés par des rectangles.

Exemple :

notes	7	9	10	12	14	18
effectif	2	2	2	1	4	1

L'étendue est 11.

L'effectif total étant 12, la médiane correspond à la moyenne entre la 6<sup>ème</sup> et la 7<sup>ème</sup> valeur.

$$M = \frac{10+12}{2} = 11 \quad Q_1 = 9 \quad Q_3 = 14 \quad EI = 14 - 9 = 5$$

