

STATISTIQUES : Organisation des données

Table des matières

| | |
|--|---|
| Chapitre I: ORGANISATION DES DONNES | 2 |
| I. Proportion et pourcentage | 2 |
| 1. Définition..... | 2 |
| 2. Proportion de proportion et pourcentage de pourcentage | 3 |
| II. Evolution..... | 4 |
| 1. Pourcentage d'évolution..... | 4 |
| 2. Coefficient multiplicateur..... | 4 |
| a) Définition | 4 |
| b) Propriétés | 5 |
| 3. Evolutions successives et évolution réciproque | 5 |
| a) Evolutions successives..... | 5 |
| Définition..... | 5 |
| Démonstration | 5 |
| Exemple..... | 6 |
| b) Evolution réciproque..... | 6 |
| Définition..... | 6 |
| Propriété | 6 |
| Exemple..... | 7 |

Chapitre I: ORGANISATION DES DONNES

| Objectifs d'apprentissage | Contenues | Observations |
|---|---|--|
| <ul style="list-style-type: none">Comprendre et calculer la proportion et le taux d'évolution.Interpréter le taux d'évolution. | <ul style="list-style-type: none">Organisation des données : Pourcentage, proportion et taux d'évolution | On traitera le taux de deux évolutions successives à titre d'exercice. |

I. Proportion et pourcentage

1. Définition

Considérons une population de référence E contenant n_E éléments et une sous-population de E, que l'on note A, contenant n_A éléments.

La proportion des éléments de A par rapport à E est :

$$P = \frac{n_A}{n_E}$$

Si on veut exprimer cette proportion en pourcentage il suffit de multiplier p par 100 :

$$P = \frac{n_A}{n_E} \times 100$$

Pour déterminer le pourcentage des éléments de A par rapport à E, on calcule d'abord la proportion des éléments de A par rapport à E et on ramène l'effectif de référence à 100.

Remarque : Dire que 36% de la population française est du groupe sanguin 0 Rhésus + signifie que la proportion de personne étant du groupe 0+ par rapport à la population française est de $\frac{36}{100}$ (l'effectif total étant ramené à 100).

Exemple : Dans une classe de 25 élèves d'une classe de seconde, 11 ont n'ont pas encore eu 15 ans. Quelle est la proportion d'élèves de moins de 15 ans ?
E représente le nombre d'élèves en classe de seconde et A le nombre d'élèves de seconde ayant moins de 15 ans

$$P = \frac{n_A}{n_E} = \frac{11}{25}$$

La proportion d'élèves de moins de 15 ans est $\frac{11}{25}$

Si on veut se résultat en pourcentage, on fait $\frac{11}{25} \times 100 = 44$

44% des élèves de classe seconde ont moins de 15 ans.

2. Proportion de proportion et pourcentage de pourcentage

Considérons une population de référence E contenant n_E éléments, une sous-population de E, que l'on note A, contenant n_A éléments et une sous population de A, que l'on notera B, contenant n_B éléments.

Notons p_1 la proportion de B dans A et p_2 la proportion de A dans E : La proportion des éléments de B par rapport à E est le produit de p_1 et p_2 :

$$p = p_1 \times p_2$$

Lorsque les proportions sont exprimées en pourcentage, on fait de même :

pour calculer le pourcentage d'un pourcentage on multiplie les pourcentages entre eux.

Exemple : A la rentrée 2020, un lycée compte 35 % d'élèves en seconde parmi lesquelles 40% étudient l'italien en LV2. Parmi les élèves de ce lycée, quelle est la proportion d'élèves de seconde étudiant l'italien en 2^{ème} langue ?

Par rapport à la formule de la leçon : E représente l'ensemble des élèves du lycée.

A représente le nombre d'élèves en classe de seconde de ce lycée et B le nombre d'élèves de secondes qui étudient l'italien en LV2.

P_1 est la proportion d'élèves de seconde qui étudient l'italien :

$$P_1 = \frac{40}{100}$$

P_2 est la proportion d'élèves de seconde par rapport au nombre d'élèves du lycée.

$$P_2 = \frac{35}{100}$$

La proportion d'élèves de seconde étudiant l'italien en 2^{ème} langue est donc :

$$P = P_1 \times P_2 \text{ donc } P = \frac{40}{100} \times \frac{35}{100} = \frac{1400}{10000} = \frac{14}{100} = 0,14$$

La proportion d'élèves de seconde étudiant l'italien en 2^{ème} langue est donc 0,14 ou $\frac{14}{100}$

II. Evolution

1. Pourcentage d'évolution

Soit une quantité qui évolue d'une valeur V_i à V_f

- La variation absolue entre V_i et V_f est $V_f - V_i$
- La variation relative entre V_i et V_f est le rapport t :

$t = \frac{V_f - V_i}{V_i}$. On l'appelle aussi taux d'évolution qui peut aussi être exprimé en pourcentage.

Exemple : Une évolution fait passer d'une quantité initiale 9 à une quantité finale 12,6 Quel est le taux d'évolution correspondant ?

Réponse : $V_i = 9$ et $V_f = 12,6$

$$\frac{V_f - V_i}{V_i} = \frac{12,6 - 9}{9} = \frac{3,6}{9} = 0,4$$

Le taux d'évolution est 0,4 ou 40 %

2. Coefficient multiplicateur

a) Définition

Soit une quantité qui évolue d'une valeur V_i à V_f

Le **coefficient multiplicateur** lié à l'évolution de taux t est le nombre C_M définie par :

$$C_M = \frac{V_f}{V_i}$$

$\times C_M$

$V_i \longrightarrow V_f$

Exemple : Une évolution fait passer d'une quantité initiale 9 à une quantité finale 12,6.

Calculer le coefficient multiplicateur lié à cette évolution.

Réponse : $V_i = 9$ et $V_f = 12,6$

$$C_M = \frac{V_f}{V_i} = \frac{12,6}{9} = 1,4$$

Le coefficient multiplicateur est 1,4

b) Propriétés

Le coefficient multiplicateur et le taux d'évolution sont reliés par la formule : $C_M = 1 + t$

Remarque :

Si $C_M > 1$ alors on est dans le cas d'une **augmentation**.

Si $C_M < 1$ alors on est dans le cas d'une **réduction**.

Exemple :

- Le coefficient multiplicateur d'une évolution est égal à 1,04. Calculer le taux d'évolution correspondant.

Réponse : $C_M = 1,04$

$$C_M = 1 + t \text{ donc } t = C_M - 1 = 1,04 - 1 = 0,04$$

$$C_M = 0,04 \quad \left(\text{ou } \frac{4}{100} \right)$$

Cela correspond à une augmentation de 4 %

Le coefficient multiplicateur d'une évolution est égal à 0,94. Calculer le taux d'évolution correspondant.

Réponse : $C_M = 0,94$

$$C_M = 1 + t \text{ donc } t = C_M - 1 = 0,94 - 1 = -0,06$$

$$C_M = -0,06 \text{ ou } C_M = -\frac{6}{100}$$

Cela correspond à une baisse de 6% **Remarque :**

Une baisse de 10% correspond à un taux d'évolution de $\frac{10}{100} - 1$ c'est-à-dire de $-0,9$

Une augmentation de 10% correspond à un taux d'évolution de $1 + \frac{10}{100}$ c'est-à-dire de $1,1$

3. Evolutions successives et évolution réciproque

a) Evolutions successives

Définition

Pour deux évolutions successives de coefficients multiplicateurs respectifs CM_1 et CM_2 l'évolution globale a pour coefficient multiplicateur global :

$$C_{M1} \times C_{M2}$$

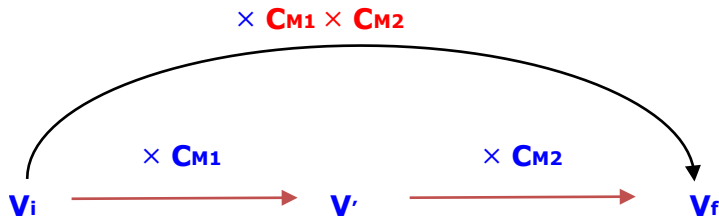
Démonstration

Soit une quantité qui évolue d'une valeur quantité V_i à V .

Cette quantité vaut $V' = C_{M1} \times V_i$

V' va subir une nouvelle évolution et cette quantité vaut V_f avec $V_f = C_{M2} \times V'$

Comme $V' = C_{M1} \times V_i$ alors $V_f = C_{M2} \times (C_{M1} \times V_i) = C_{M1} \times C_{M2} \times V_i$ donc $V_f = C_{M1} \times C_{M2} \times V_i$ **Le coefficient multiplicateur est donc $C_{M1} \times C_{M2}$**



Exemple

Un commerçant décide d'augmenter ses prix de 20% avant les soldes puis de solder à 30% ses articles.

Quel est le coefficient multiplicateur global de ses 2 évolutions successives ?

Quel est le taux d'évolution de ses 2 évolutions successives ?

Réponse :

$$C_{M1} = 1 + \frac{20}{100} = 1,2$$

$$C_{M2} = 1 - \frac{30}{100} = 0,7$$

$$C_{M1} \times C_{M2} = 1,2 \times 0,7 = 0,84$$

Le coefficient multiplicateur global est 0,84

Le taux d'évolution global est donc : $CM = 1 + t$

$$t = CM - 1$$

$$t = 0,84 - 1 = -0,16$$

Le taux global est -0,16

Le prix a globalement baissé de 16%

b) Evolution réciproque

Définition

Soit une quantité qui évolue d'une valeur V_i à V_f , L'évolution réciproque de V_i à V_f est l'évolution de V_f à V_i

Propriété

Soit une évolution de coefficient multiplicateur C_M

Le **coefficient multiplicateur** de son **évolution réciproque** est $\frac{1}{C_M}$

Deux évolutions de coefficients multiplicateurs respectifs C_{M1} et C_{M2} sont réciproques si $C_{M1} \times C_{M2} = 1$

Exemple

Un marchand après avoir augmenté le prix d'un de ses articles de 20 %, désire revenir à son prix d'origine. Quelle réduction devrait-il alors appliquer à cet article ?

Réponse :

Augmenter un prix de 20% revient à multiplier ce prix par $1 + \frac{20}{100} = 1,2$ Le coefficient multiplicateur est 1,2

Le coefficient multiplicateur de l'évolution réciproque est : $C' = \frac{1}{1,2} \approx 0,833$

$CM = 1 + t = CM - 1 \Rightarrow t = 0,8333 - 1 = -0,1667$

Le marchand doit diminuer son article d'environ 16,7 %