

.....

Exercice 1 : (4 points)

On considère la suite (u_n) définie par
$$\begin{cases} u_0 = 6 \\ u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 1 \end{cases}$$
 pour tout $n \in \mathbb{N}$. On pose $v_n = u_n - 2$

- 1° Calculer u_1 ; v_0 et v_1 . (0,25 - 0,25 - 0,25)
- 2° Montrer que (v_n) est une suite géométrique dont on déterminera la raison q (1pt)
- 3° a. Exprimer v_n en fonction de n . (0,5)
b. Expliciter u_n et calculer sa limite (0,5 - 0,5)
- 4° Exprimer la somme $T_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ (0,75)

Exercice 2 : (4 points)

Un sac contient dix (10) jetons indiscernables au toucher dont :

- 4 jetons rouges, numérotés : 2 - 2 - 3 - 4
- 3 jetons verts numérotés : 5 - 5 - 5
- 3 jetons jaunes numérotés : 2- 5 - 8

1° On tire au hasard et simultanément trois jetons du sac.

Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :

- A : « Obtenir trois jetons portant des numéros impairs » (1pt)
B : « Obtenir trois jetons de même numéro » (1pt)

2° On tire successivement et avec remise deux jetons du sac.

Calculer la probabilité des événements :

- C : « Obtenir trois jetons de couleurs différentes » (1pt)
E : « Obtenir trois numéros multiples de deux » (1pt)

Exercice 3 : (4 points)

Le tableau ci-dessous représente l'effectif des élèves d'un établissement au cours des 6 dernières années

Années	2016	2017	2018	2019	2020	2021
Rang de l'année : x_i	1	2	3	4	5	6
Effectif : y_i	3250	3325	4000	4350	4750	5000

1° Représenter les nuages des points $M_i(x_i ; y_i)$ dans un repère orthogonale : (1pt)

Unité : - Sur l'axe des abscisses : 1 cm représente une année.

- Sur l'axe des ordonnées : Mettre 3000 à l'origine et 1 cm représente 200 élèves.

2° Calculer les coordonnées du point moyen G . (0,5pt)

3° a. Calculer les coordonnées du point G_1 , point moyen des 3 premier parties de la série statistique. (0,5pt)

- b. Calculer les coordonnées du point G_2 , point moyen des 3 dernier parties de la série statistique. (0,5pt)
- c. Ecrire l'équation de la droite (D) , droite d'ajustement affine par la méthode Mayer. (1pt)
- 4° Donner l'estimation d'effectif des élèves de cet établissement en 2024. (0,5pt)

Problème : (8 points)

Soit f une fonction numérique définie par : $f(x) = \frac{x^2 + 2x - 2}{x - 1}$. On note (\mathcal{C}) sa courbe représentative dans

un repère orthonormé d'unité 1 cm.

- 1° Donner l'ensemble de définition Df . (0,5pt)
- 2° Calculer les limites aux bornes de Df . (2pts)
- 3° a. Calculer la fonction dérivée $f'(x)$. (1pt)
- b. Etudier le signe de $f'(x)$ et dresser le tableau de variation de la fonction f . (0,5 - 0,5)
- 4° Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x+3)]$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x+3)]$. (0,5 - 0,5)
- Que peut-on conclure pour la courbe (\mathcal{C}) . (0,5pt)
- 5° a. Ecrire l'équation de la tangente (T) à la courbe (\mathcal{C}) au point d'abscisse $x_0 = \frac{1}{2}$. (0,5pt)
- b. Tracer la courbe (\mathcal{C}) , la tangente (T) et les asymptotes dans un même repère. (1,5pts)