# BAC D 2019

**Exercice 1 : (05 points)**

Soit le polynôme $P$ de variable complexe $z$ définie par :

$P(z)=z^3-(x+6i)z^2+(-x+19i)z+18-6i$ .

1° a. Déterminer $x$ pour que $2i$ soit solution de l'équation $P(z)=0$.

b. En déduire la résolution dans $\mathbb{C}$ de $P(z)=0$.

2° Dans le plan complexe rapporté au repère au orthonormé direct $(O;\vec{u},\vec{v})$ on considère les points $A$, $B$ et $C$ d'affixes respectives $z_A=2+i$ ; $z_B=2i$ et $z_C=3+3i$.

a. Placer les points $A$, $B$ et $C$ dans le plan complexe.

b. On pose $Z'=\dfrac{z-z_B}{z-z_C}$. Déterminer l'ensemble des points $M$ d'affixe $z$ tel que $|Z'|=1$.

3° Soit $S$ la similitude plane directe qui transforme $A$ en $B$ et laisse invariant le point $C$.

a. Déterminer l'expression complexe de $S$.

b. En déduire ses éléments caractéristiques.

4° a. Déterminer et construire l'ensemble (Γ) des points $M$ d'affixe $z$ tels que $|(1+i)z-6i|=2\sqrt{2}$.

b. Donner les éléments géométriques de la courbe (Γ') image de (Γ) par $S$.

**Exercice 2 : (05 points)**

Un carton contient 9 manuels de mathématiques indiscernables au toucher : 5 livres d'algèbre et 4 livres de géométrie.

L'épreuve consiste à tirer au hasard et simultanément trois manuels du carton.

I- On effectue une épreuve :

1° Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :

- A : "Obtenir trois livres d'algèbre"
- B : "Obtenir au moins un livre de géométrie"

2° Soit X la variable aléatoire égale au nombre de livres d'algèbre obtenus.

a. Donner l'univers image de X.

b. Déterminer la loi de probabilité de X.

c. Calculer l'espérance mathématique et la variance de X.

II- On remet le carton dans la condition initiale.

On répète trois fois de suite et d'une manière indépendante la même épreuve.

On appelle « succès » l'obtention de trois livres de géométrie lors d'une épreuve.

Calculer la probabilité d'obtenir au moins un succès.

**NB : On donnera le résultat sous forme de fraction irréductible.**

**Problème :** **(10 points)**

Soit $f$ la fonction numérique de la variable réelle $x$ définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x)=\begin{cases} -x+6-4e^{\frac{x}{2}} & si \quad x\le 0 \\ x+2-x\ln x & si \quad x>0 \end{cases}$$

On désigne par $(\mathcal{C})$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$ d'unité 1cm.

1. a. Montrer que $f$ est continuité en 0.

   b. Calculer $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-e^{\frac{x}{2}}}{x}$. En déduire $\lim\limits_{x\to 0^-}\dfrac{f(x)-f(0)}{x}$.

   c. Calculer $\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{f(x)-f(0)}{x}$.

   d. Que peut-on conclure pour $f$ et pour $(\mathcal{C})$.
2. Etudier la variation de $f$.
3. Montrer que l'équation $f(x)=0$ admet une solution unique $\beta\in\left]4,3\ ;\ 4,4\right[$.
4. a. Ecrire l'équation de la tangente (T) à $(\mathcal{C})$ au point d'abscisse $x_0=e$.

   b. Montrer que la droite (D) d'équation $y=-x+6$ st asymptote à $(\mathcal{C})$.

   c. Etudier la branche infinie de $(\mathcal{C})$ en $+\infty$.

   d. Tracer $(\mathcal{C})$, (T) et (D) dans un même repère en précisant les demi-tangentes au point d'abscisse 0.
5. Calculer, en fonction de $\beta$ et $cm^2$, l'aire $\mathcal{A}$ du domaine plan délimité par la courbe $(\mathcal{C})$, l'axe $(x'Ox)$ et les droites d'équations respectives $x=1$ et $x=\beta$.

   En déduire l'expression de $\mathcal{A}$ sans $\ln\beta$.
6. Soit $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suit définie par :

   $$U_n=\int_{-(n+1)}^{-n}\left[f(x)-(6-x)\right]dx \quad \text{où} \quad f(x)=-x+6-4e^{\frac{x}{2}}.$$

   a. Expression $U_n$ en fonction de $n$.

   b. Montrer que $(U_n)$ est une suite géométrique dont-on précisera la raison.