

Branches infinies

1. Branches infinies

La courbe représentative d'une fonction f admet une branche infinie si l'une des coordonnées d'un point $M(x,y)$ de cette courbe peut tendre vers l'infini. C'est-à-dire si on a l'un des cas suivants :

$$\lim_{x \rightarrow \infty} y = \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = l, \quad \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \infty \quad \text{et} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$$

2. Interprétation graphique de la limite

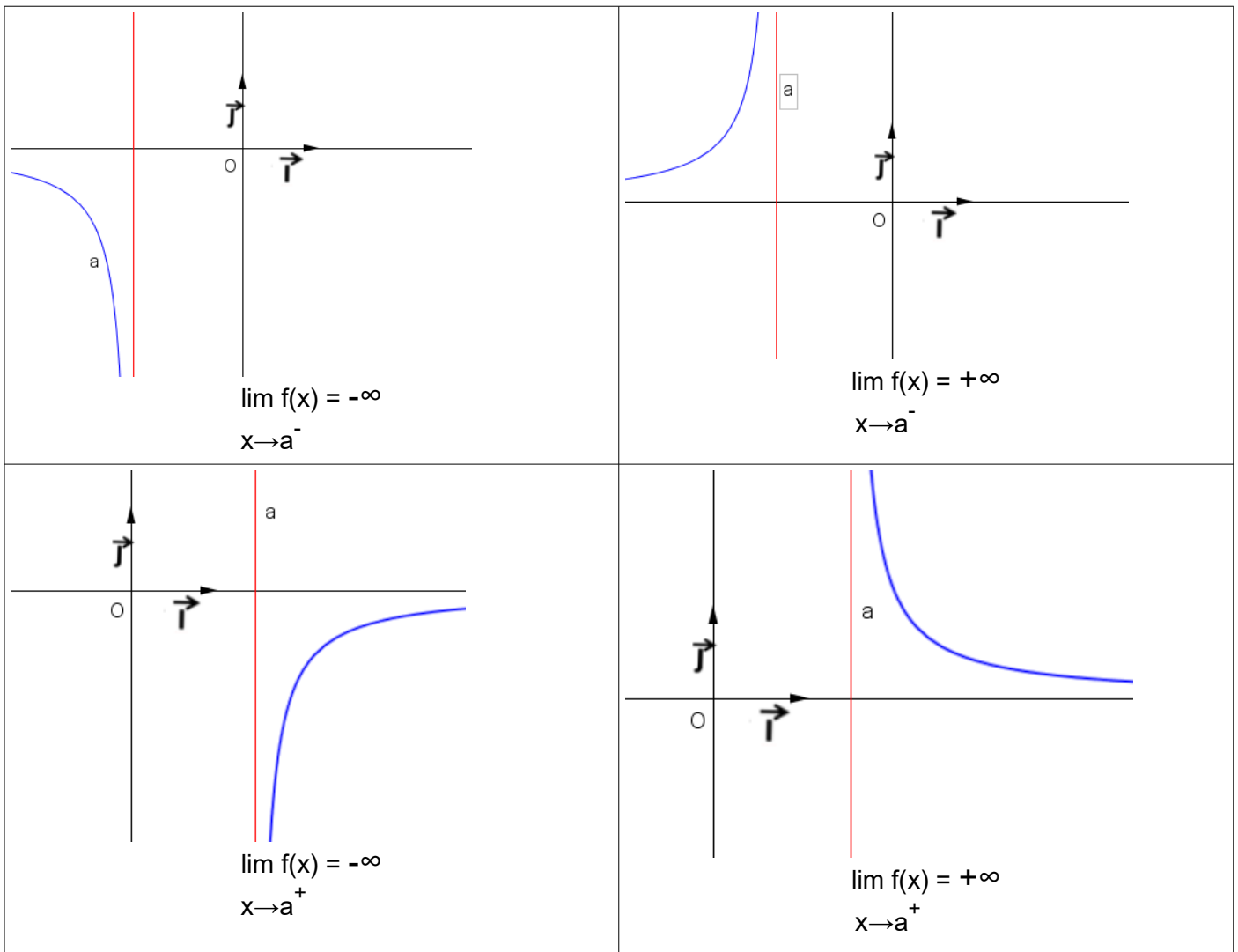
2.1 Asymptote verticale

2.1.1 Définition

Si $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \infty$, alors la droite d'équation $x = a$ est une asymptote verticale à la courbe représentative de f

2.1.2 Position possible de la courbe

Il y a quatre possibilités :



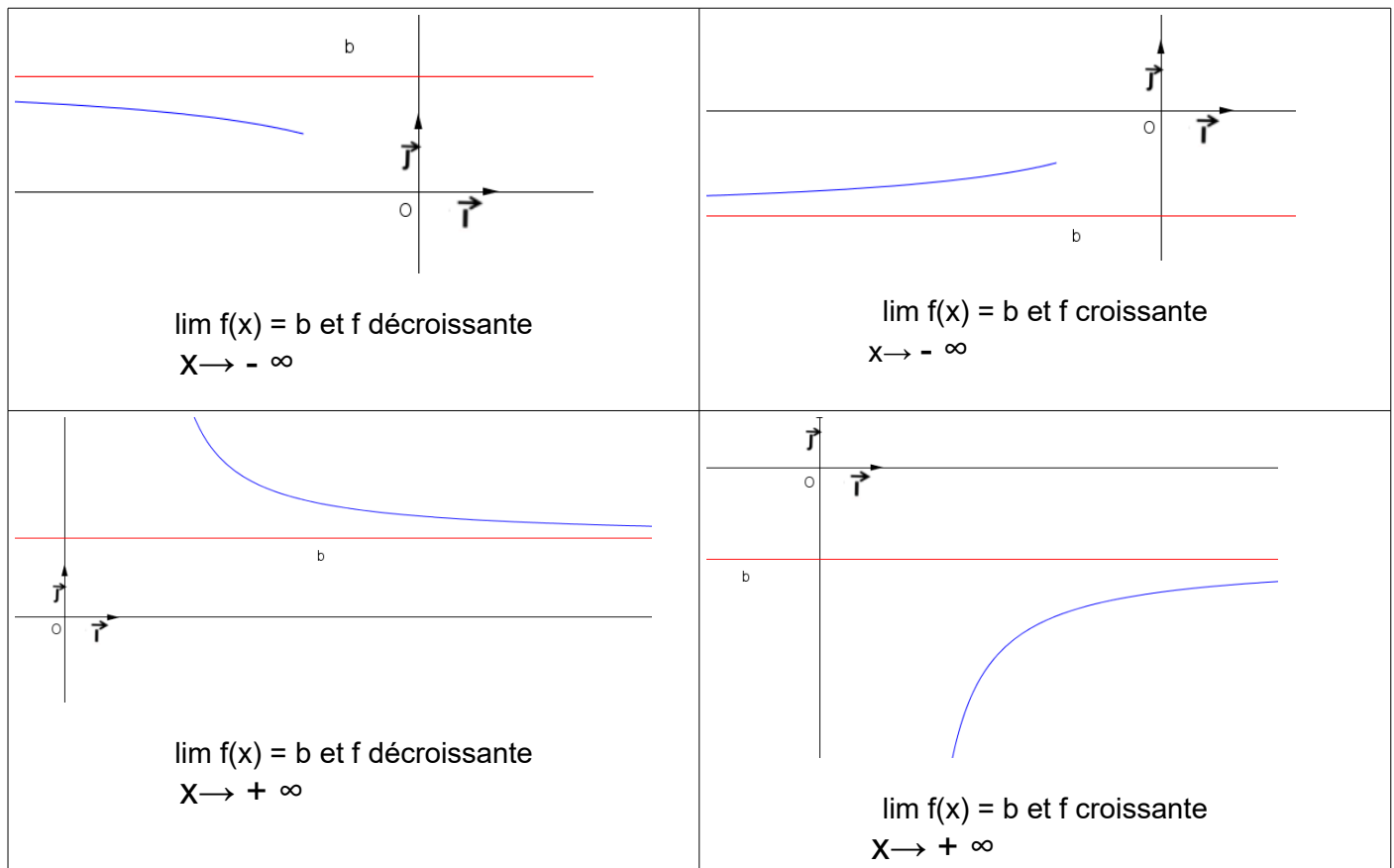
2.2 Asymptote horizontale

2.2.1 Définition

Si $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = b$ alors la droite d'équation $y = b$ est une asymptote horizontale

2.2.2 Position possible de la courbe

Il y a quatre possibilités :



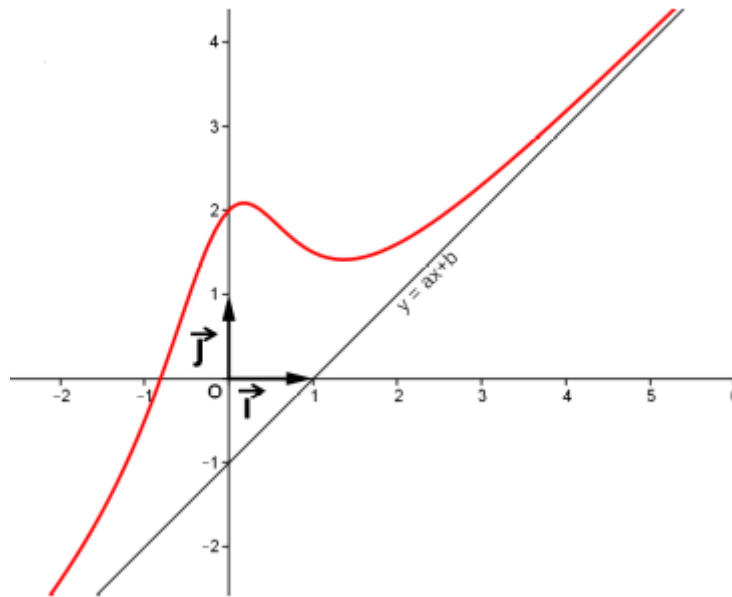
2.3 Asymptote oblique

2.3.1 Définition

La courbe C_f admet une asymptote oblique si $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$ et s'il existe deux réels a et b tels que

$$\lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) - (ax + b)] = 0 ; \text{ l'équation de l'asymptote est alors } y = ax + b.$$

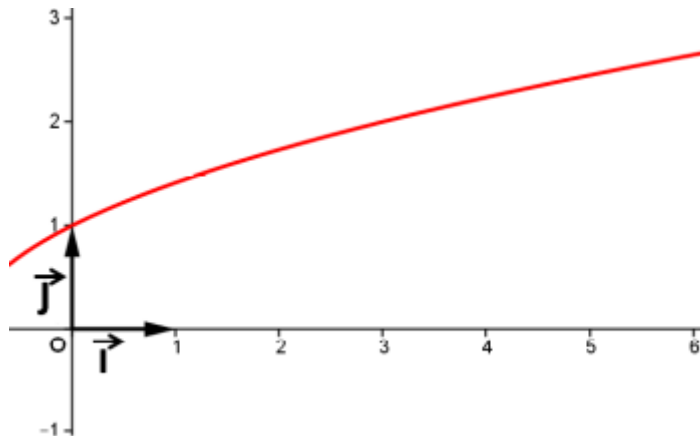
2.3.2 Position de la courbe



3. Branches paraboliques

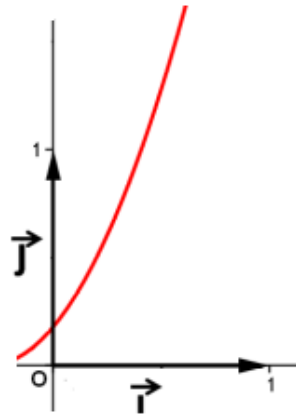
3.1 Branches paraboliques suivant l'axe des abscisses

Si $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$ mais $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = 0$ la courbe de f admet une branche parabolique de direction asymptotique l'axe des abscisses.

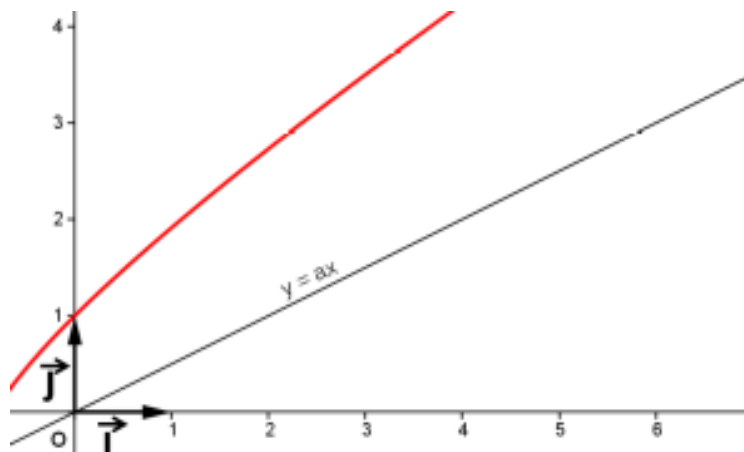


3.2 Branches paraboliques suivant l'axe des ordonnées

Si $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \infty$, la courbe de f admet une branche parabolique de direction asymptotique l'axe des ordonnées.



f est une fonction telle que $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$. Si $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = a$ et $\lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) - ax] = \infty$, la courbe de f admet une branche parabolique de direction asymptotique $y = ax$.



4. Résumé

Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct (O, \vec{i}, \vec{j}) . La courbe C_f représente la fonction f , a et b sont des réels tels que $a \neq 0$.

