

# Branches infinies

## 1. Branches infinies

La courbe représentative d'une fonction  $f$  admet une branche infinie si l'une des coordonnées d'un point  $M(x,y)$  de cette courbe peut tendre vers l'infini. C'est-à-dire si on a l'un des cas suivants :

$$\lim_{x \rightarrow \infty} y = \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = l, \quad \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \infty \quad \text{et} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$$

## 2. Interprétation graphique de la limite

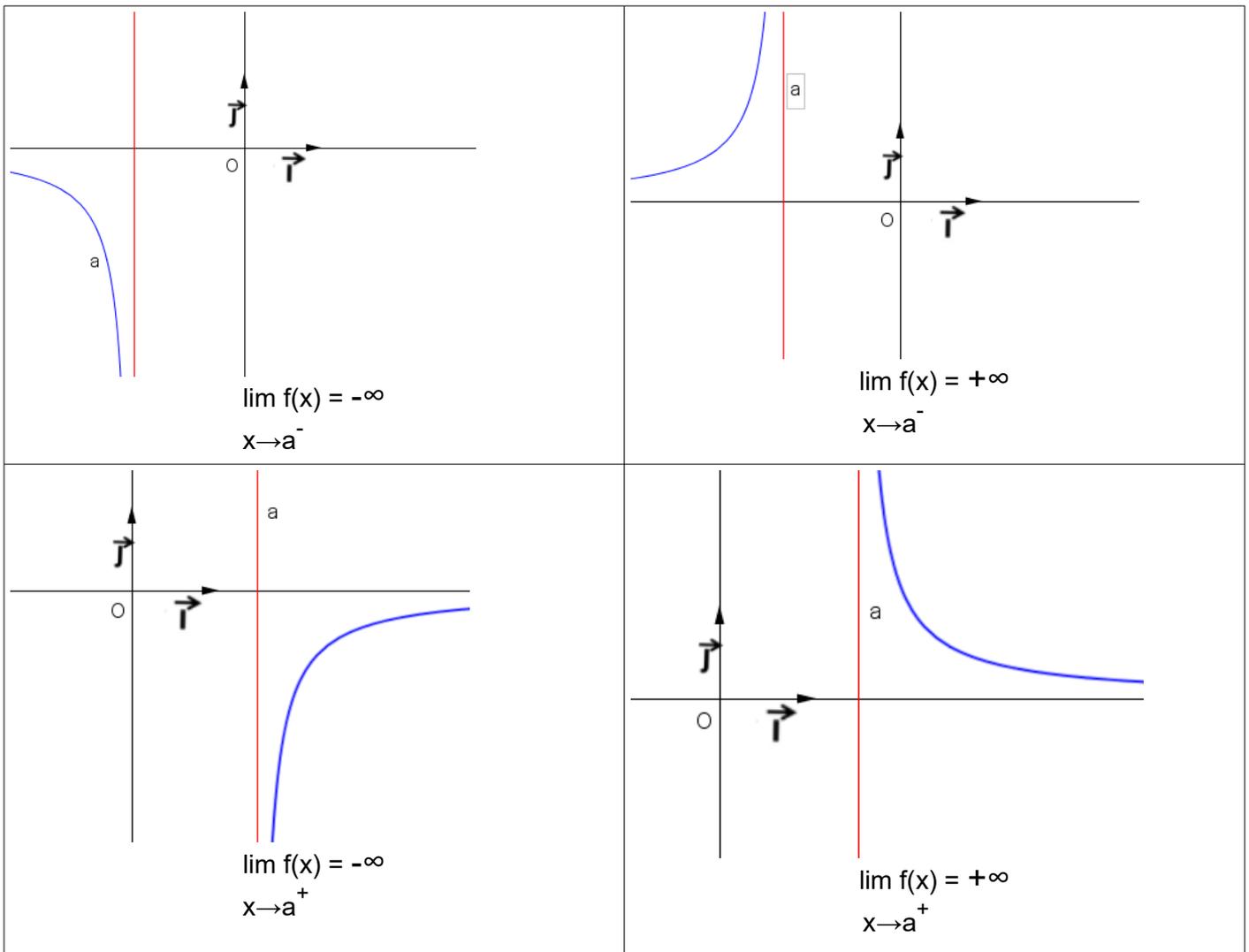
### 2.1 Asymptote verticale

#### 2.1.1 Définition

Si  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \infty$ , alors la droite d'équation  $x = a$  est une asymptote verticale à la courbe représentative de  $f$

#### 2.1.2 Position possible de la courbe

Il y a quatre possibilités :



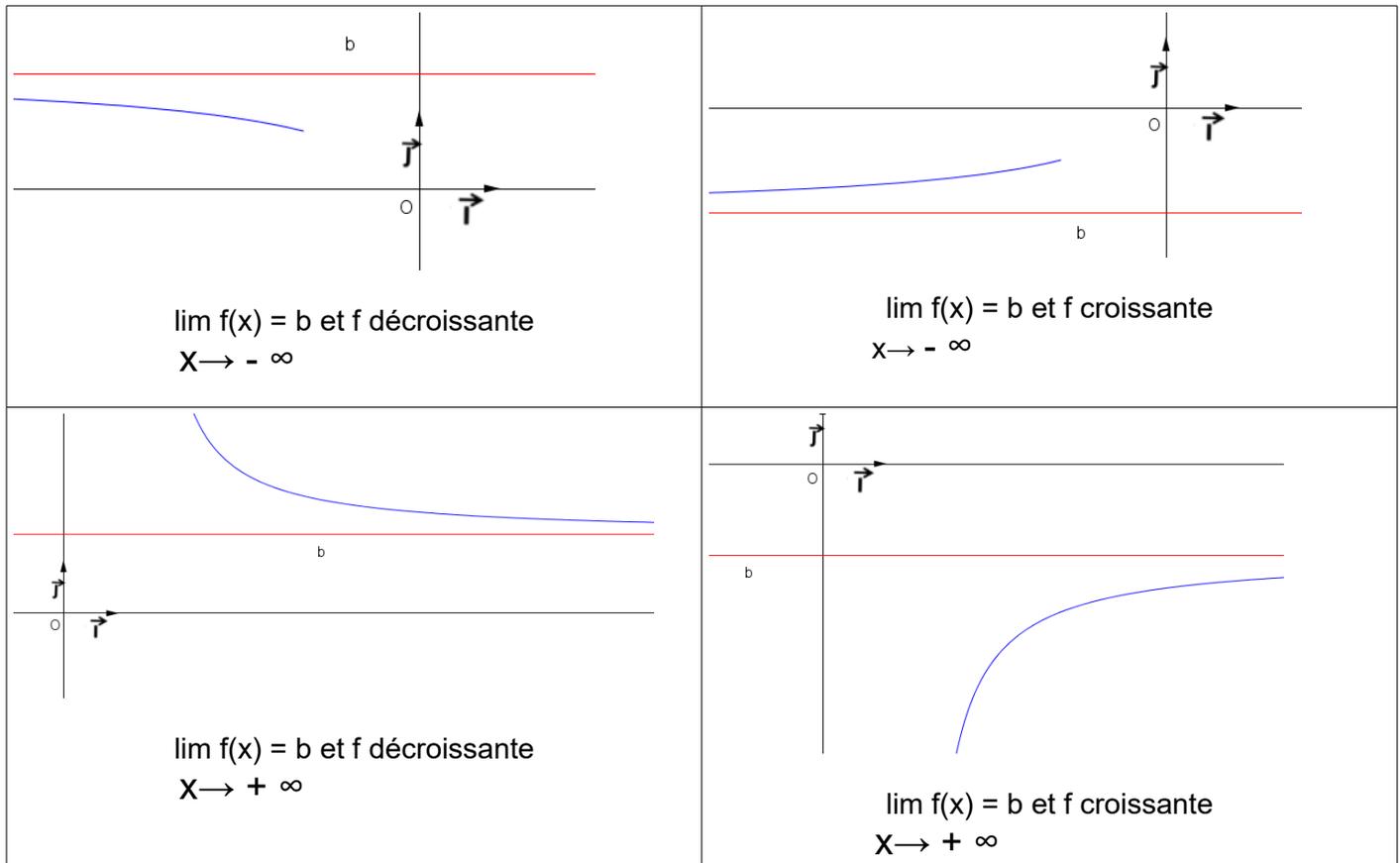
## 2.2 Asymptote horizontale

### 2.2.1 Définition

Si  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = b$  alors la droite d'équation  $y = b$  est une asymptote horizontale

### 2.2.2 Position possible de la courbe

Il y a quatre possibilités :



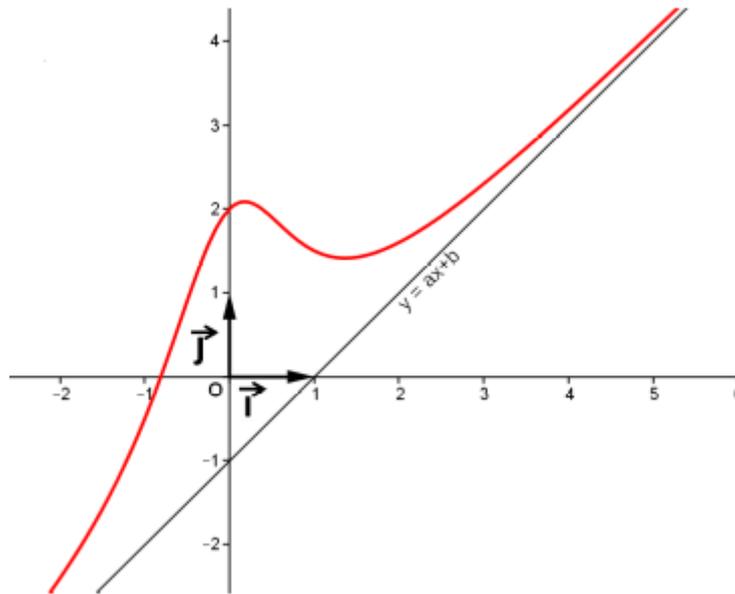
## 2.3 Asymptote oblique

### 2.3.1 Définition

La courbe  $C_f$  admet une asymptote oblique si  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$  et s'il existe deux réels  $a$  et  $b$  tels que

$$\lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) - (ax + b)] = 0 ; \text{ l'équation de l'asymptote est alors } y = ax + b.$$

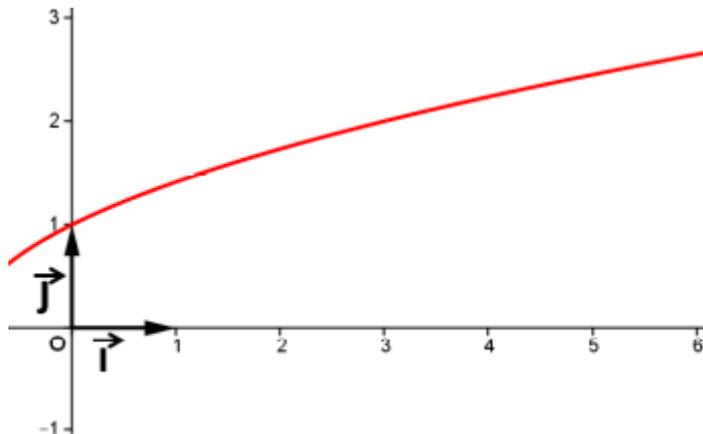
### 2.3.2 Position de la courbe



## 3. Branches paraboliques

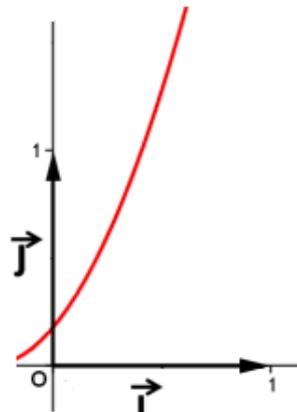
### 3.1 Branches paraboliques suivant l'axe des abscisses

Si  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$  mais  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = 0$  la courbe de  $f$  admet une branche parabolique de direction asymptotique l'axe des abscisses.

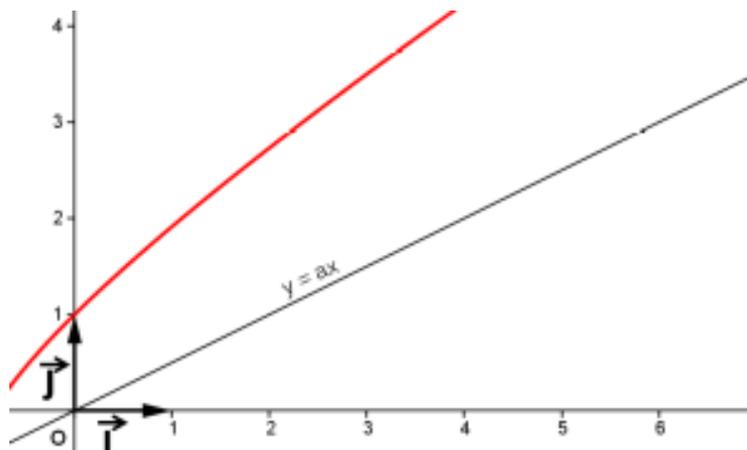


### 3.2 Branches paraboliques suivant l'axe des ordonnées

Si  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \infty$ , la courbe de  $f$  admet une branche parabolique de direction asymptotique l'axe des ordonnées.



f est une fonction telle que  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$ . Si  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = a$  et  $\lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) - ax] = \infty$ , la courbe de f admet une branche parabolique de direction asymptotique  $y = ax$ .



## 4. Résumé

Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ . La courbe  $C_f$  représente la fonction  $f$ ,  $a$  et  $b$  sont des réels tels que  $a \neq 0$ .

