

## Logique : exercices PL

### Exercice 1

Construire les tables de vérité des propositions suivantes en utilisant le logiciel dérive puis indiquer les tautologies et les contradictions.

(1)  $p \wedge \neg p$

(2)  $p \vee \neg p$

(3)  $(p \wedge q) \Rightarrow p$

(4)  $(p \vee q) \Rightarrow p$

### Exercice 2

Construire les tables de vérité des propositions suivantes en utilisant le logiciel dérive :

(1)  $(p \wedge q) \vee [(\neg p) \wedge (\neg q)]$

(2)  $(p \vee q) \wedge r$

(3)  $p \vee (q \wedge r)$

(4)  $(p \Rightarrow q) \Rightarrow r$  (e)  $p \Rightarrow (q \Rightarrow r)$

### Exercice 3

On considère les propositions suivantes :  $p$  : Il pleut  $q$  : Il y a des nuages

(a) Écrire l'implication  $p \Rightarrow q$ , sa contraposée, sa réciproque et la contraposée de sa réciproque.

(b) Lesquelles sont vraies ?

### Exercice 4

1. (a) Exprimer  $p \wedge q$  en fonction de  $p$ ,  $q$  et des connecteurs  $\vee$  et  $\neg$ .

(b) Exprimer  $p \vee q$  en fonction de  $p$ ,  $q$  et des connecteurs  $\wedge$  et  $\neg$ .

2. Simplifier les propositions suivantes puis indiquer les tautologies :

(a)  $p \Rightarrow (p \vee q)$

(b)  $p \Rightarrow (p \wedge q)$

(c)  $(p \wedge q) \vee (\neg p \vee \neg q)$

(d)  $p \Rightarrow (p \Rightarrow q)$

(e)  $(p \Rightarrow p) \Rightarrow q$

(f)  $(p \vee q) \Rightarrow (p \wedge q)$

### Exercice 5

On construit le connecteur binaire  $|$  appelé connecteur de Sheffer par :  $p | q = (\neg p) \vee (\neg q)$

(a) Construire la table de vérité de  $p | q$ .

(b) Calculer  $p | p$ ,  $\neg(p | q)$ ,  $\neg p | \neg q$ . (c) En déduire l'écriture des propositions  $\neg p$ ,  $p \wedge q$ ,  $p \vee q$ ,  $p \Rightarrow q$  uniquement à l'aide du connecteur de Sheffer.