

LOGIQUES

Exercice 1

p, q, r sont des propositions. Dresser les tables de vérité de :

- 1) $\neg (p \wedge q)$ puis $\neg p \vee \neg q$. Conclure.
- 2) $\neg (p \wedge q)$ puis $\neg p \vee \neg q$. Conclure.
- 3) $\neg (p \Rightarrow q)$ puis $\neg p \vee q$ puis $p \wedge \neg q$. Conclure.

Exercice 2

Pour chacune des affirmations suivantes :

- dire si elle est vraie ou fausse. Dans le cas où elle est fausse, donner un contre-exemple.
 - dire si l'affirmation réciproque est vraie.
- 1) Si je suis Malagasy, alors je suis Africain
 - 2) Soit ABC un triangle. Si ABC est équilatéral, alors ABC est isocèle.
 - 3) n est un entier naturel. Si n est pair, alors n se termine par 2.
 - 4) si $x \leq 1$, alors $x < 2$
 - 5) si $x^2 = 16$ alors $x = 4$
 - 6) si $-3x > -9x$, alors $x < 3$

Exercice 3

a et b sont deux réels. On considère les propositions :

- (1) : $a^2 = b^2$; (2) ; $a = b$; (3) ; $a = -b$; (4) ; $(a + b)(a - b) = 0$;
(5) : $a = b$ ou $a = -b$; (6) ; $a = 0$ ou $b = 0$

- 1) Quelles sont les implications du type (1) \Rightarrow ... vraies ?
- 2) Quelles sont les implications du type ... \Rightarrow (1) vraies ?
- 3) quelles sont les propositions équivalentes ?

Exercice 4

Soit x un représentant d'un chat quelconque et $P(x)$ la fonction propositionnelle x est gris. Écrire sous forme symbolique les propositions suivantes :

- 1) Tous les chats sont gris.
- 2) Il existe un chat non gris.
- 3) Aucun chat n'est gris.

Exercice 5

Les propositions suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Lorsqu'elles sont fausses, énoncer leur négations.

- 1) $\exists x \in \mathbb{N} ; x^2 > 7.$
- 2) $\forall x \in \mathbb{N}, x^2 > 7.$
- 3) $\forall x \in \mathbb{N}, \exists y \in \mathbb{N}, y > x^2$
- 4) $\exists x \in \mathbb{N}, \forall x \in \mathbb{N}, y > x^2.$
- 5) $\forall (x, y) \in \mathbb{Z}^2, ((x \leq y) \Leftrightarrow (x^2 \leq y^2))$
- 6) $\forall (x, y) \in \mathbb{Z}^2, ((x \cdot y \leq x^2) \Rightarrow (y \leq x))$

Exercice 6

Soit f une fonction numérique. Écrire avec des quantificateurs les propositions suivantes :

- a. f est la fonction nulle.
- b. Le dénominateur D de f s'annule une fois sur \mathbb{R} .
- c. la courbe de f coupe la droite d'équation $y = x$.
- d. f est croissante sur \mathbb{R} .
- e. pour tout point M du plan , M est sur le cercle de centre Ω et de rayon r si et seulement si la distance de Ω à M vaut r .