MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
SECRETARIAT GENERAL
DIRECTION GENERALE DE L'ENSEIGNEMENT
SUPERIEUR
DIRECTION DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
Service d'Appui au Baccalauréat

BACCALAUREAT DE L'ENSEIGNEMENT GENERAL

2ème SESSION 2019

A

Série : A

Code matière : 009

Epreuve de : MATHEMATIQUES
Durée : 02 heures 15 minutes
Coefficient : A 1: 1
A 2 : 3

NB : -L'utilisation d'une calculatrice scientifique non programmable est autorisée.
-Les deux exercices et le problème sont obligatoires.

EXERCICE 1 : (05 points)

Soit $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite numérique définie par son premier terme $U_0 = 1$ et sa relation de récurrence : $3U_{n+1} - U_n = 2(U_n - 3)$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

1) a) Démontrer que (U_n) est une suite arithmétique de raison $r = -2$ **(1 pt)**
b) Préciser la variation de (U_n) **(0,5 pt)**
c) Exprimer U_n en fonction de n **(0,5 pt)**
d) Exprimer en fonction de n la somme $S_n = U_0 + U_1 + \cdots + U_n$. En déduire S_{99} **(1 pt)**

2) On considère la suite (V_n) définie par : $V_n = 3e^{U_n}$ pour tout entier naturel n.
a) Calculer V_0 et V_1 **(1 pt)**
b) Montrer que (V_n) est une suite géométrique dont on précisera sa raison. **(1 pt)**

EXERCICE 2 : (05 points)

Une urne contient 12 boules indiscernables au toucher dont :

- 6 blanches numérotées respectivement : 0, 1, 1, 1,1 *et* 2 ;
- 4 vertes numérotées respectivement : 1, 1, 2 *et* 3 ;
- 2 noires numérotées respectivement : 1 *et* 2

1) On tire simultanément et au hasard 3 boules de l'urne.
a) Calculer la probabilité de l'évènement :
A : « avoir une somme de numéros égale à 5 » **(1 pt)**
b) Calculer la probabilité de l'évènement :
B : « avoir exactement deux boules de même couleurs » **(1,5 pt)**
c) Calculer la probabilité de l'évènement :
C : « avoir un produit de numéros nul » **(1 pt)**

2) Maintenant, on tire successivement et sans remise 3 boules de l'urne.
a) Vérifier que le nombre de cas possibles est égal à 1320. **(0,5 pt)**
b) Calculer la probabilité de l'évènement :
D : « avoir exactement une boule noire » **(1 pt)**

PROBLEME : (10 points) **(A1 ; A2)**

Soit f la fonction numérique définie sur $I =]0\,;+\infty[$ par $f(x) = 3 + 2\ln x - (\ln x)^2$.

On note par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\ \vec{\imath},\vec{\jmath})$ d'unité $1cm$.

1) a) Calculer la limite de f en 0. Interpréter géométriquement le résultat. **(1pt ; 0,75pt)**

b) Vérifier que, pour tout $x \in I$, $f(x)$ peut s'écrire sous la forme :

$f(x) = 3 + (2 - \ln x)\ln x$ **(0,75pt; 0,5pt)**

c) En déduire la limite de f en $+\infty$ **(0,25pt ; 0,25 pt)**

2) Montrer que, pour tout x de I, $f'(x) = \frac{2(1-\ln x)}{x}$ **(1pt ; 1pt)**

3) a) Résoudre dans I l'équation $1 - \ln x = 0$ **(0,5pt ; 0,5pt)**

b) En déduire le signe de $f'(x)$ et dresser le tableau de variation de f **(1,5pts ; 1,5pts)**

4) Calculer $f(\frac{1}{e})$ et $f(e^3)$. Que peut-on en conclure pour (C) **(1,25pts ; 0,75pt)**

5) Ecrire une équation de la tangente (T) à la courbe (C) au point A d'abscisse $\frac{1}{e}$ **(1pt ; 0,75 pt)**

6) Recopier et compléter le tableau suivant à 10^{-2} près **(0,75pt ; 0,75pt)**

x	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	e^2	4e
$f(x)$					

7) Tracer la tangente (T) et la courbe (C) dans un même repère sur l'intervalle $]0\,;4e]$ **(2pts ; 1,75pts)**

Pour A_2 seulement

On considère la fonction F définie sur I par $F(x) = -x[(\ln x)^2 - 4\ln x + 1]$

a) Déterminer $F'(x)$ et en déduire une primitive de f sur I **(0,75 pt)**

b) Calculer, en cm^2, la valeur exacte de l'aire $\mathcal{A}$ de la partie du plan délimitée par la courbe (C), l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 1$ et $x = e$. **(0,75 pt)**