MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

SECRÉTARIAT GÉNÉRAL

DIRECTION GÉNÉRALE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR

DIRECTION DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR

Service du Baccalauréat

BACCALAURÉAT DE L'ENSEIGNEMENTGÉNÉRAL

SESSION 2023

D

Série	: Scientifique	Épreuve de	: **MATHÉMATIQUES**
Option	: D	Durée	: **3 heures 15 minutes**
Code matière	: 009	Coefficient	: 4

N.B : - Machine à calculer scientifique non programmable autorisée
- Les deux exercices et le problème sont obligatoires

EXERCICE 01 (05 points)

1- Soit le système (Σ) défini par : $(\Sigma)\begin{cases} 2iz - z' = -3+3i \\ (-1+i)z + z' = 1+3i \end{cases}$ où $z, z' \in \mathbb{C}$.

Résoudre (Σ) dans $\mathbb{C} \times \mathbb{C}$ (0.75pt)

2- Soit le polynôme P à variable complexe z défini par $P(z) = z^2 - 3(1+i)z + 4i$.

Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $P(z) = 0$. (0.75pt)

3- Dans le plan complexe $(\mathscr{P})$ muni d'un repère orthonormé direct $(0, \vec{u}, \vec{v})$ d'unité 1cm, on considère les points A, B, C et D d'affixes respectives $z_A = 2$; $z_B = 3+i$; $z_C = 2+2i$ et $z_D = 1+i$.

Quelle est la nature du quadrilatère $ABCD$? Justifier votre réponse. (1pt)

4- Soit S la similitude plane directe qui laisse invariant le point A et transforme B en C.

a) Donner l'expression complexe de S puis déterminer ses éléments caractéristiques. (1pt)

b) Donner la nature et les éléments caractéristiques de $f = SoSoSoS$ où o est la composition des applications. (0.75pt)

c) Construire l'image $A'B'C'D'$ du quadrilatère $ABCD$ par f. (0.75pt)

EXERCICE 02 (05 points)

Un sac contient 10 boules indiscernables au toucher, dont deux rouges numérotées 0 et 2, trois noires numérotées 0, 1 et 2 et cinq blanches numérotées 1, 2, 3, 4 ,5. Chaque boule a la même probabilité d'être tirée.

1- On tire au hasard et successivement sans remise trois boules du sac. Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :

A « Obtenir trois boules dont la somme des numéros est égale à 6 » (0.75pt)

B « Obtenir deux boules blanches, puis une boule noire » (0.75pt)

C « Obtenir trois boules, dont le produit des numéros est non nul » (0.75pt)

2- On remet toutes les boules dans le sac, puis on tire au hasard et simultanément trois boules du sac.

Soit X la variable aléatoire égale au nombre de boules noires restantes dans le sac.

a) Préciser l'univers-image de X. (0.5pt)

b) Déterminer la loi de probabilité de X. (1pt)

c) Calculer l'espérance mathématique et la variance de X. (0.5pt + 0.75pt)

<u>PROBLEME</u> (10 points)

On considère la fonction f définie sur $]-1,+\infty[$ par : $f(x) = e^{x}\ln(1+x)$.

On note $(\mathscr{C})$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$ d'unité 1cm.

1- Soit g la fonction définie sur $]-1,+\infty[$ par :

$$g(x) = \ln(1+x) + \frac{1}{1+x}$$

Etudier les variations de g (pour la limite de g quand x tend vers -1 à droite, poser $X = 1+x$) (2pts)

2- Vérifier que pour tout $x > -1$, $g(x) > 0$ (0.25pt)

3- a) Calculer $\lim\limits_{x \to -1^+} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ (0.25pt + 0.25pt)

b) Montrer que pour tout $x > -1$, $f'(x) = e^{x}g(x)$ (0.75pt)

c) Dresser le tableau de variation de f (0.5pt)

d) Etudier la branche infinie de $(\mathscr{C})$ au voisinage de $+\infty$ (0.5pt)

e) Déterminer l'équation de la tangente (T) à $(\mathscr{C})$ en $x_0 = 0$ (0.5pt)

4- a) Montrer que f réalise une bijection de $]-1,+\infty[$ vers un intervalle J que l'on précisera. (0.75pt)

b) Dresser le tableau de variation de f^{-1}, la fonction réciproque de f. (0.5pt)

c) Calculer $f(0)$ puis $(f^{-1})'(0)$ (0.25pt + 0.5pt)

5- Construire dans le même repère (T), $(\mathscr{C})$ et $(\mathscr{C}')$ où $(\mathscr{C}')$ est la courbe représentative de f^{-1}. (1.75pt)

6- Soit (I_n) une suite définie par :

$$I_n = \int_1^n (2 - e^{1-x})dx,\ n \geq 1$$

Montrer que (I_n) est la somme de deux suites (U_n) et (V_n) où (U_n) une suite arithmétique et (V_n) une suite géométrique en précisant les raisons et les premiers termes de ces suites. (1.25pt)