

COMPORTEMENT GLOBAL D'UN CIRCUIT

Auteur: Lydie Germain, Lycée Clémenceau, Reims: <http://fizik.chimie.lycee.free.fr/>

Objectifs :

- Utiliser l'additivité des résistances en série et des conductances en parallèle.
- Faire des prévisions quantitatives lors de la réalisation ou de la modification du circuit à partir de la relation $I = E/R_{\text{eq}}$

1. Distribution de l'énergie électrique

1.1. Transfert d'énergie

(Tableau transfert d'énergie avec 2 ou 3 dipôles: lampe, résistance, moteur)

Dans un circuit série

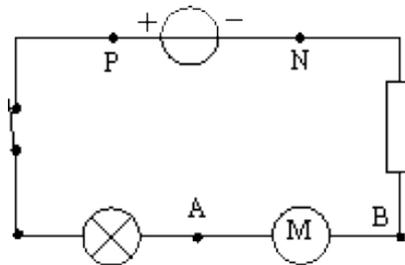
On mesure la puissance électrique P fournie par le générateur au circuit extérieur.

$P =$

On mesure les puissances électriques: P_1 , P_2 et P_3 , reçues par les récepteurs.

$P_1 =$, $P_2 =$, $P_3 =$

On constate que: $P = P_1 + P_2 + P_3$



Si on multiplie par la durée Δt de fonctionnement, on obtient: $P\Delta t = P_1\Delta t + P_2\Delta t + P_3\Delta t$

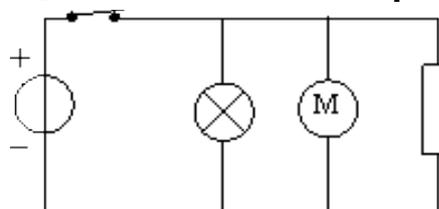
soit $W_{\text{générateur}} = \Sigma W_{\text{récepteur}}$

Dans un circuit série, l'énergie électrique est intégralement transférée du générateur vers les récepteurs.

Dans un circuit parallèle

On mesure la puissance électrique P fournie par le générateur au circuit extérieur. $P =$

On mesure les puissances électriques P_1 , P_2 et P_3 reçues par les récepteurs. $P_1 =$, $P_2 =$, $P_3 =$



On constate que $P = P_1 + P_2 + P_3$.

Si on multiplie par la durée Δt de fonctionnement, on obtient: $P \Delta t = P_1 \Delta t + P_2 \Delta t + P_3 \Delta t$

soit $W_e(\text{générateur}) = \Sigma W_e(\text{récepteur})$

Dans un circuit parallèle, l'énergie électrique est intégralement transférée du générateur vers les récepteurs.

Conclusion:

Dans un circuit quelconque, l'énergie électrique fournie par le générateur au circuit extérieur est égale à la somme des énergies électriques reçues par les récepteur.

$$W_e(\text{générateur}) = \Sigma W_e(\text{récepteur})$$

1.2. Loi des nœuds

Dans un circuit en parallèle, la tension U_{PN} entre les bornes du générateur est égale à la tension entre les bornes de chacun des récepteurs (générateur et récepteurs ont des bornes communes).

Comme $W_e(\text{générateur}) = \Sigma W_e(\text{récepteur})$

Alors $U_{PN} \cdot I \cdot \Delta t = U_{PN} \cdot I_1 \cdot \Delta t + U_{PN} \cdot I_2 \cdot \Delta t + U_{PN} \cdot I_3 \cdot \Delta t$.

En simplifiant par $U_{PN} \cdot \Delta t$, on obtient: $I = I_1 + I_2 + I_3$

Loi des nœuds:

La somme des intensités des courants électriques arrivant à un nœud de dérivation est égale à la somme des intensités des courants qui en partent.

1.3. Loi des mailles

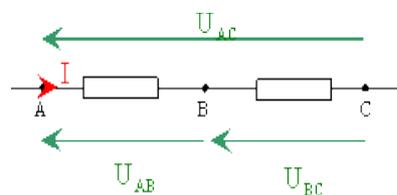
Dans un circuit en série, l'intensité I est la même dans chaque appareil.

Comme $W_e(\text{générateur}) = \Sigma W_e(\text{récepteur})$

Alors $U_{PN} \cdot I \cdot \Delta t = U_{PA} \cdot I \cdot \Delta t + U_{AB} \cdot I \cdot \Delta t + U_{BN} \cdot I \cdot \Delta t$.

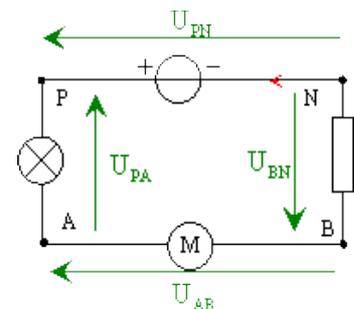
En simplifiant par $I \cdot \Delta t$, on obtient: $U_{PN} = U_{PA} + U_{AB} + U_{BN}$

- La tension entre les bornes d'un ensemble de dipôles branchés en série est égale à la somme des tensions entre les bornes de chacune des dipôles.



- Pour trois points quelconques A, B et C d'un circuit, les tensions vérifient la relation $U_{AB} + U_{BC} = U_{AC}$

- Pour une maille d'un circuit, on peut écrire, après orientation du circuit: $U_{PN} + U_{NB} + U_{BA} + U_{AP} = U_{PP} = 0$ (relation de Chasles.)



2. Association de conducteurs ohmiques

On appelle résistance équivalente $R_{\text{éq}}$ d'une association de conducteurs ohmiques, la résistance d'un conducteur ohmique unique qui, soumis à la même tension électrique, consommerait la même énergie électrique que l'association pendant la même durée.

(Trois résistances différentes en série, trois résistances en dérivation, un multimètre en ohmmètre)

2.1. En série

Trois conducteurs ohmiques, des résistances respectives R_1 , R_2 et R_3 sont branchés en série entre les bornes d'un générateur.

L'énergie électrique reçue par ces trois conducteurs est:

$$W_e = W_{e1} + W_{e2} + W_{e3}$$

D'après la loi de Joule, l'égalité précédente peut s'écrire:

$$W_e = R_1 \cdot I^2 \cdot \Delta t + R_2 \cdot I^2 \cdot \Delta t + R_3 \cdot I^2 \cdot \Delta t \quad \textcircled{1}$$

L'énergie reçue par un conducteur ohmique unique de résistance $R_{\text{éq}}$ serait: $W_e = R_{\text{éq}} \cdot I^2 \cdot \Delta t \quad \textcircled{2}$

Les relations $\textcircled{1}$ et $\textcircled{2}$ conduisent à:

$$R_{\text{éq}} \cdot I^2 \cdot \Delta t = R_1 \cdot I^2 \cdot \Delta t + R_2 \cdot I^2 \cdot \Delta t + R_3 \cdot I^2 \cdot \Delta t$$

En simplifiant par $I^2 \cdot \Delta t$ (car circuit en série), on obtient: $R_{\text{éq}} = R_1 + R_2 + R_3$.

Conclusion:

La résistance équivalente $R_{\text{éq}}$ à l'association en série de n conducteurs ohmiques de résistances R_1, R_2, \dots, R_n est égale à la somme des résistances de ces conducteurs.

$$R_{\text{éq}} = R_1 + R_2 + \dots + R_n$$

Remarque: dans un montage en série, la résistance équivalente est plus grande que la plus grande des résistances placées en série.

2.2. En parallèle

Trois conducteurs ohmiques, des résistances respectives R_1, R_2 et R_3 sont branchés en parallèle entre les bornes d'un générateur.

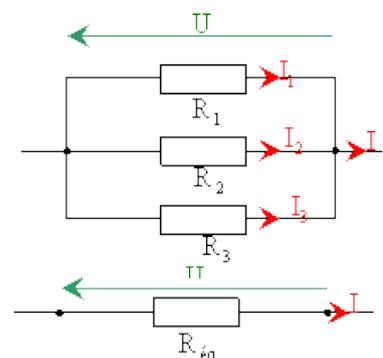
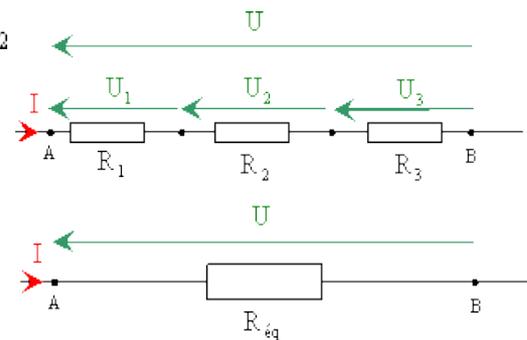
L'énergie électrique reçue par ces trois conducteurs est:

$$W_e = W_{e1} + W_{e2} + W_{e3}$$

L'énergie reçue par un conducteur ohmique unique de résistance $R_{\text{éq}}$ serait:

$$W_e = R_{\text{éq}} \cdot I^2 \cdot \Delta t$$

Ce qui donne : $R_{\text{éq}} \cdot I^2 \cdot \Delta t = R_1 \cdot I_1^2 \cdot \Delta t + R_2 \cdot I_2^2 \cdot \Delta t + R_3 \cdot I_3^2 \cdot \Delta t \quad \textcircled{1}$.



En appliquant la loi d'ohm aux différents conducteurs, on obtient:

$$I = \frac{U}{R_{\text{éq}}}; \quad I_1 = \frac{U}{R_1}; \quad I_2 = \frac{U}{R_2} \text{ et } I_3 = \frac{U}{R_3} \quad \textcircled{2}$$

En reportant les expressions des intensités $\textcircled{2}$ dans la relation $\textcircled{1}$, on aboutit à:

$$R_{\text{éq}} \cdot \frac{U^2}{R_{\text{éq}}^2} \cdot \Delta t = R_1 \cdot \frac{U^2}{R_1^2} \cdot \Delta t + R_2 \cdot \frac{U^2}{R_2^2} \cdot \Delta t + R_3 \cdot \frac{U^2}{R_3^2} \cdot \Delta t$$

En simplifiant par $U^2 \cdot \Delta t$: $\frac{1}{R_{\text{éq}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$

Et comme $G = \frac{1}{R}$ alors: $G_{\text{éq}} = G_1 + G_2 + G_3$

Conclusion:

La conductance équivalente à l'association en dérivation de n conducteurs ohmiques de conductance G_1, G_2, \dots, G_n est égale à la somme des conductances de ces conducteurs.

$$G_{\text{éq}} = G_1 + G_2 + \dots + G_n$$

En utilisant les résistances des conducteurs ohmiques:

$$\frac{1}{R_{\text{éq}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}$$

Remarque: Dans un montage en parallèle, la résistance équivalente est plus petite que la plus petite des résistances placées en dérivation.

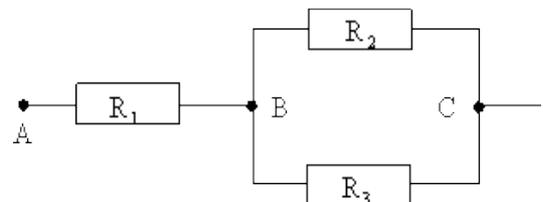
2.3. Quelconque

Déterminer la résistance équivalente à l'association de conducteurs ohmiques ci-contre.

Résistance équivalente R_{BC} entre B et C est:

$$\frac{1}{R_{BC}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \Leftrightarrow \frac{1}{R_{BC}} = \frac{R_3 + R_2}{R_3 R_2}$$

donc $R_{BC} = \frac{R_3 R_2}{R_3 + R_2}$.



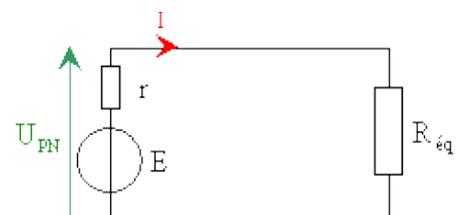
La résistance équivalente à l'association complète (entre A et C) est:

$$R_{\text{éq}} = R_1 + R_{BC} = R_1 + \frac{R_3 R_2}{R_3 + R_2}$$

3. Cas des circuits résistifs

3.1. Intensité du courant débité par le générateur

Un circuit électrique comporte un générateur de f.e.m. E, de résistance interne r et une association de conducteurs ohmiques de résistance équivalente $R_{\text{éq}}$.



La loi d'ohm aux bornes de la résistance équivalente s'écrit:

$$E - rI = R_{\text{éq}} I \Leftrightarrow E = R_{\text{éq}} I + rI$$

L'intensité du courant dans la résistance équivalent donc dans le générateur est donnée par:

$$I = \frac{E}{R_{\text{éq}} + r}$$

Si le générateur est idéal, sa résistance interne est nulle et $I = \frac{E}{R_{\text{éq}}}$

3.2. Influence de la f.e.m. du générateur

L'énergie électrique transférée au circuit $W_{\text{é}} = U_{\text{PN}} I \Delta t = (E - rI) I \Delta t$ et $I = \frac{E}{R_{\text{éq}} + r}$

$$\text{donc } W_{\text{é}} = \left(E - r \frac{E}{R_{\text{éq}} + r} \right) \left(\frac{E}{R_{\text{éq}} + r} \right) \Delta t = \left(\frac{E R_{\text{éq}} + E r - E r}{R_{\text{éq}} + r} \right) \left(\frac{E}{R_{\text{éq}} + r} \right) \Delta t = \frac{R_{\text{éq}}}{(R_{\text{éq}} + r)^2} E^2 \Delta t$$

Pendant une durée donnée, l'énergie transférée à un circuit résistif par un générateur de tension continu est proportionnelle au carré de la f.e.m. de générateur et inversement proportionnelle à la résistance équivalente du circuit.

3.3. Puissance maximale

3.3.1. Disponible aux bornes d'un générateur

Un circuit électrique comporte un générateur de f.e.m. E , de résistance interne r et une association de conducteurs ohmiques de résistance équivalente $R_{\text{éq}}$.

La puissance dissipée par effet joule dans l'association de conducteur ohmique est $P_J = R_{\text{éq}} I^2$ et comme

$$I = \frac{E}{R_{\text{éq}} + r} \text{ alors } P_J = R_{\text{éq}} \left(\frac{E}{R_{\text{éq}} + r} \right)^2 = \frac{R_{\text{éq}} E^2}{(R_{\text{éq}} + r)^2}$$

Cette puissance est maximale pour $R_{\text{éq}} = r$.

La puissance électrique transférée par le générateur au reste du circuit est maximale lorsque la résistance équivalente à la partie du circuit extérieure au générateur est égale à sa résistance interne.

On parle d'adaptation de puissance.

P_J est une fonction de $R_{\text{éq}}$ qui admet un maximum lorsque sa dérivée s'annule.

La dérivée de P_J est $P_J' = \frac{(r - R_{\text{éq}}) E^2}{(R_{\text{éq}} + r)^3}$, elle s'annule pour $R_{\text{éq}} = r$.

3.3.2. Admissible par un récepteur

Tous les récepteurs font l'objet de limitations qui peuvent être exprimées en termes d'intensité, de tension ou de puissance. Ce sont les valeurs nominales. Si on dépasse ces valeurs, le récepteur est détérioré.

Avant de réaliser un montage, il faut vérifier que la puissance reçue par chaque composant du circuit soit inférieure à sa puissance maximale admissible.

Exemple:

Un conducteur ohmique de résistance $R = 1,5 \text{ k}\Omega$ a une puissance nominale $P = 10 \text{ W}$.

1°/ On veut l'utiliser sous une tension de 24 V. Quelle est l'intensité du courant à ne pas dépasser?

$$\text{L'intensité à ne pas dépasser } I_{\text{max}} = \frac{P_{\text{max}}}{U} = \frac{10}{24} = 0,42 \text{ A}$$

2°/ On utilise maintenant un générateur de f.e.m. $E = 12 \text{ V}$ et de résistance interne $r = 0,5 \Omega$. Peut-on brancher le conducteur ohmique sans dangers sur ce générateur?

$$\text{L'intensité du courant dans le circuit est } I = \frac{E}{R + r} = \frac{12}{1,5 \cdot 10^3 + 0,5} \approx 8,0 \cdot 10^{-3} \text{ A.}$$

Comme $P = R I^2 = 1,5 \cdot 10^3 \times (8,0 \cdot 10^{-3})^2 = 9,6 \cdot 10^{-2} \text{ W}$ donc aucun danger.