Généralités sur les fonctions : Activité

1. Un problème

A partir des fonctions usuelles x^2, $\frac{1}{x}$, …… , dont on connaît les propriétés , peut-on en déduire facilement les propriétés et graphes d'autres fonctions ?

Par exemple une fois que l'on a représenté la fonction $f(x) = x^2 + 1$, comment en déduire l'allure de $g(x) = \frac{1}{x^2+1}$?

2. Des éléments de réflexion

Pour répondre, on exploite le fait que $g(x) = h(f(x))$ avec $h(x) = \frac{1}{x}$. La fonction g est la composée de h et de f.Parce que f est paire, g est paire. Sur $[0 ; +\infty[$ f est croissante et h est strictement décroissante, g est strictement décroissante sur $[0 ; +\infty[$.

C'est le mathématicien, logicien, philosophe et juriste Georg Wilhelm Leibnitz qui, dans les années 1690, introduisit le mot fonction (en latin functio). Il séparait alors la fonction de la courbe, dans la mesure où une seule courbe peut être représentée par une autre fonction si on change de variable.

Le changement de variable correspond à la notion de composition de fonctions.

En 1748,dans le premier livre consacré aux fonctions Leonhard Euler commence par expliquer les changements de variables. Si l'on fait le changement de variable

$X = g(x) = \frac{1-x^2}{1+x^2}$, la fonction $f(X) = \sqrt{1-X^2}$ s'exprime sans radical, $f(g(x)) = \frac{2|x|}{1+x^2}$.

Euler apprend à trouver de telles compositions simplificateurs de fonctions