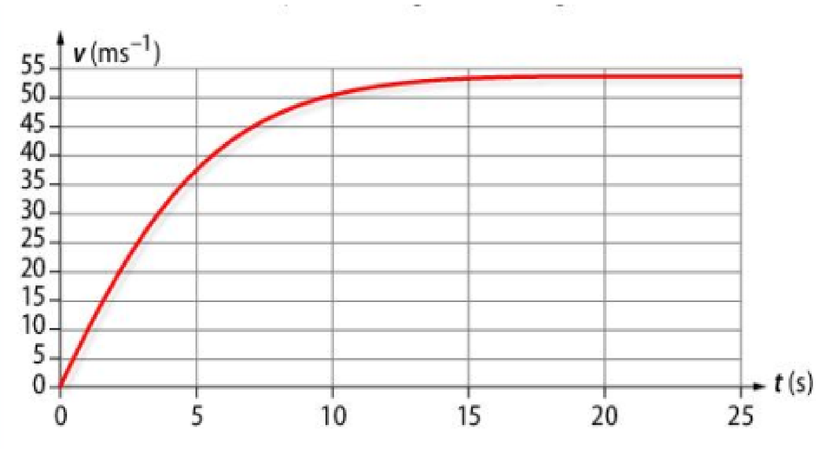
CORRIGES DES EXERCICES : Dynamique

****

EXERCICE 1

On enregistre, dans le référentiel terrestre supposé galiléen, l'évolution de la vitesse d'un parachutiste avec son équipement. L'ensemble du système a une masse de 90kg.



1. Pendant les 15 premières secondes, la vitesse du parachutiste augmente en fonction du temps donc le mouvement du mobile est un mouvement uniformément accéléré.
2. **<u>La valeur de l'accélération au bout de 2,5s est de</u>** :

   $a = \frac{20-0}{2,5-0} = 8 \text{ m.s}^{-2}$

   $\boxed{a = 8 \text{ m.s}^{-2}}$

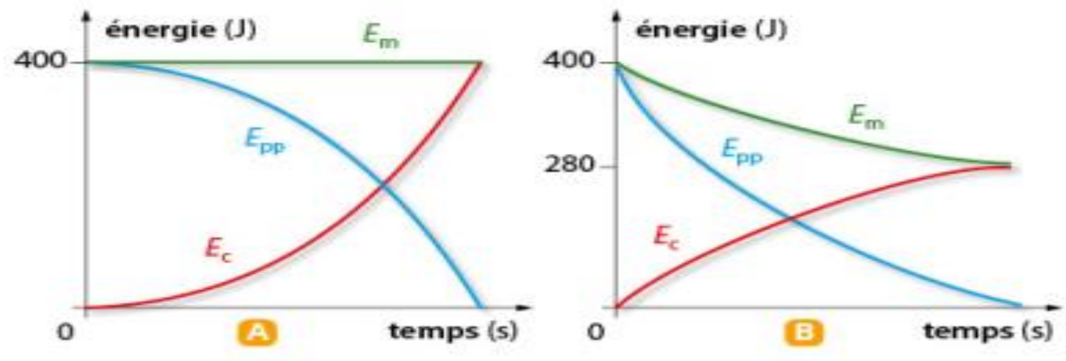
3. a) **<u>Les caractéristiques du vecteur résultante des forces sont</u> :**

   D'après la deuxième loi de Newton, la somme des forces extérieures est égale au produit de l'accélération et la masse. Donc le vecteur résultante des forces est verticale, dirigé vers le bas et d'intensité 720N.

   b) La valeur de la force qui modélise les frottements de l'air sur le système est 0N.

EXERCICE 2

Un enfant quitte sa balançoire pour retourner au sol. Le système constitué de l'enfant posé sur la balançoire sera assimilé à un point matériel. Les deux graphes A et B ci-après représentent l'étude énergétique du système dans deux situations différentes. L'origine du repère vertical, tel que E_{pp}=0J, est prise au niveau du sol.



1. a) Ces deux graphes représentent l'évolution de l'énergie cinétique, l'énergie potentielle de pesanteur et l'énergie mécanique en fonction du temps.

   b) **La hauteur initiale du système sachant que la masse du système vaut 30kg est :**

   Sur la graphe A, à l'instant t=0s, Ec_0 = 0J et Epp = 400 J.

   Epp = mgz $\Rightarrow$ z = $\frac{Epp}{mg} = \frac{400}{30x10}$ = 1,3m.

   $\boxed{z = 1,3m.}$

2. a) C'est le graphe B qui représente la situation qui tient compte des frottements car sur graphe, on voit que l'énergie mécanique diminue.

   b) Les forces pouvant modéliser les actions mécaniques s'exerçant sur le système sont le poids de l'enfant, la réaction de la balançoire et les forces de frottements.

   c) Dans la situation où il y a des frottements, le travail des forces non-conservatives est : 400J – 280J = 120J.

EXERCICE 3

La myriade de satellites GPS est placée sur une orbite en étant animé d'un mouvement circulaire uniforme à une altitude de h=1,38x10^4km.

1. Le référentiel considéré comme galiléen auquel le mouvement d'un satellite GPS est décrit, est un référentiel terrestre.
2. **Calcul de la vitesse de ce type de satellite** est :

En utilisant la deuxième loi de Newton, $\vec{F}$ = M_T $\vec{a}$

En faisant la projection sur l'axe suivant la normale, on a :

$\frac{G.M_S.M_T}{(R_T+h)^2}$ = M_S x a_n or a_n = $\frac{v^2}{R_T+h}$

$\frac{G.M_S.M_T}{(R_T+h)^2}$ = M_S x $\frac{v^2}{R_T+h} \Rightarrow v^2 = \frac{G.M_T}{R_T+h}$

Donc finalement, $\boxed{v=\sqrt{\frac{G.M_T}{R_T+h}}}$

3. a) La période de révolution du satellite est :

On sait que T= $\frac{2\pi}{\omega}$

Nous allons chercher l'expression de ω.

v = $(R_T + h)\omega \Rightarrow \omega = \frac{v}{R_T+h} = \frac{G.M_T}{(R_T+h)^3}$

d'où $\boxed{T= 2\pi\sqrt{\frac{(R_T+h)^3}{G.M_T}}}$

b) **La période de révolution est**

En effectuant l'application numérique, on obtient T = 2,9.10^4s.

c) **Le nombre de tour de la Terre réalisé des satellites par jour** :

1jour = 24 x 3 600 = 8,64.10^4s

$\frac{8,64.10^4}{2,9.10^4}$ = 3 tours.

Le nombre de tour de la Terre réalisé des satellites par jour est (03) tours.

EXERCICE 4

1. **L'équation différentielle du mouvement du solide (S).**

Système : {solide (S)}

Bilan des forces extérieures : $\vec{P}, \vec{T}$ et $\vec{R}$

D'après la deuxième loi de Newton, $\vec{P} + \vec{T} + \vec{R} = m\vec{a}$

En projetant cette relation vectorielle sur l'axe des x, on obtient :

$-kx = m\,a$ avec $a=\ddot{x}$

D'où l'équation différentielle, $\boxed{\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0}$

2. **Vérifions que $x(t)=x_0 \sin(\omega t + \varphi)$ où x_0, ω et φ sont des constantes, est une solution de l'équation différentielle.**

$\ddot{x}(t) = -x_0\,\omega^2 \sin(\omega t + \varphi)$ et si on remplace $\ddot{x}(t)$ et $x(t)$ on a vraiment une somme nulle.

3. **L'expression de l'énergie mécanique du système { solide (S) + ressort + Terre} en fonction de x, v, k et m**

$E_m = E_c + E_{pp} + E_{pe}$

$E_c = \frac{1}{2} m\, v^2$

$E_{pp} = 0$

$E_{pe} = \frac{1}{2} k\, x^2$

$$\boxed{E_m = \frac{1}{2} m\, v^2 + \frac{1}{2} k\, x^2}$$

Montrons que cette énergie mécanique peut s'écrire en fonction de k et x_0.

$x(t) = x_0 \sin(\omega t + \varphi)$

$\dot{x}(t) = v(t) = x_0\, \omega \cos(\omega t + \varphi)$

$E_m = \frac{1}{2} m\, v^2 + \frac{1}{2} k\, x^2 = \frac{1}{2} m\, x_0^2\, \omega^2 \cos^2(\omega t + \varphi) + \frac{1}{2} k\, x_0^2\, \sin^2(\omega t + \varphi)$ or

$\omega^2 = \frac{k}{m}$

$E_m = \frac{1}{2} k\, x_0^2 \left[\cos^2(\omega t + \varphi) + \sin^2(\omega t + \varphi)\right] = \frac{1}{2} k\, x_0^2$

$$\boxed{E_m = \frac{1}{2} k\, x_0^2}$$

donc l'énergie mécanique est une constante.

EXERCICE 5

1. a) **Les paramètres du lancement qui influent sur la portée et la flèche du lancer du projectile sont** : l'angle de tir α, la valeur de v_0.

   b) **L'équation de sa trajectoire.**

Système : {projectile}

Bilan des forces : $\vec{P}$

D'après la 2ème loi de Newton, $\vec{P} = m\vec{a}$

$\vec{a} = \vec{g}$

$$\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases} \quad \begin{cases} v_x = v_0 \cos\alpha \\ v_y = -gt + v_0 \sin\alpha \end{cases} \quad \begin{cases} x(t) = v_0 t \cos\alpha \\ y(t) = -\frac{1}{2} g t^2 + v_0\, t \sin\alpha \end{cases}$$

En éliminant la variable t entre les équations horaires, on obtient l'équation de la trajectoire.

(1) $\Rightarrow t = \frac{x}{v_0 \cos\alpha}$

Finalement, $\boxed{y(x) = -\frac{g}{2v_0^2 \times \cos^2\alpha}\, x^2 + x \tan\alpha}$

2. a) **Montrons que** $y_{max} = \frac{v_0^2 \times \sin^2\alpha}{2\,g}$

Pour y_{max}, la valeur de v_y est nulle.

$v_y = -gt + v_0 \sin\alpha = 0 \Rightarrow t = \frac{v_0 \sin\alpha}{g}$

En remplaçant t dans l'expression de y, on obtient y_{max}.

b) Pour obtenir la flèche maximale, il faut que α $= \frac{\pi}{2}$. Cette situation correspond à tir vertical.

3. a) **<u>Montrons que</u>** $x_{max} = \frac{v_0^2 \times \sin 2\alpha}{g}$

Pour avoir x_{max}, on doit résoudre l'équation y(x)=0

$$-\frac{g}{2v_0^2 \times \cos^2\alpha} x^2 + x \tan\alpha = 0$$

$$x\left(-\frac{g}{2v_0^2 \times \cos^2\alpha} x + \tan\alpha\right) = 0$$

$x_{max} = \frac{v_0^2 \times 2\cos\alpha\sin\alpha}{g}$ or $2\cos\alpha\sin\alpha = \sin 2\alpha$

d'où $\boxed{x_{max} = \frac{v_0^2 \times \sin 2\alpha}{g}}$

b) L'angle α permet d'obtenir la portée maximale est α = $\frac{\pi}{4}$.

4. Les nouvelles valeurs x_{max} et y_{max} quand la vitesse de lancement est doublée :

Si la vitesse de lancement est doublée, alors les valeurs x_{max} et y_{max} seront quadruplées.