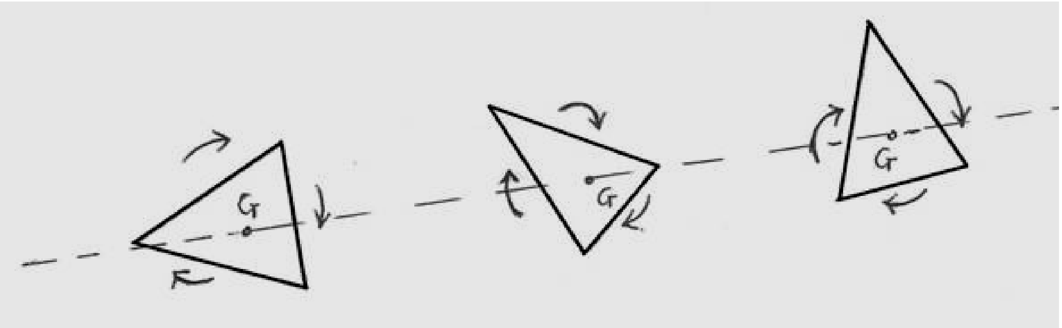
MISE EN EVIDENCE EXPERIMENTALE DU CENTRE D'INERTIE D'UN SOLIDE

1. Centre d'inertie d'un solide:

-Observons un palet triangulaire lancé en tournoyant sur une table à coussin d'air horizontale: le mouvement d'ensemble du mobile pseudo isolé, qui tournoie sur lui-même, s'effectue selon une ligne droite.

(schéma)



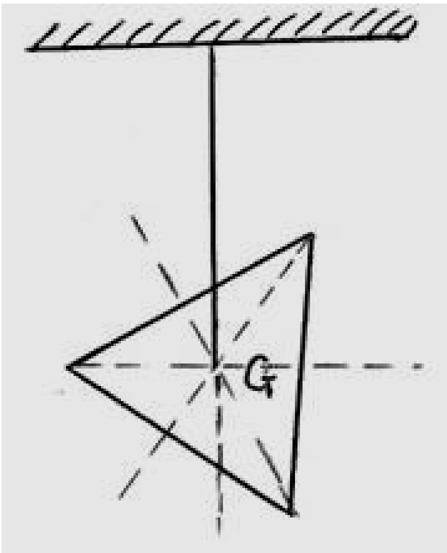
Le palet triangulaire tourne sur lui-même autour d'un point **G** qui se déplace en ligne droite.

L'étude expérimentale permet également de préciser le mouvement de ce point: le mouvement par rapport à un référentiel terrestre du centre d'inertie d'un solide pseudo isolé est rectiligne uniforme.

Le vecteur vitesse $\mathbf{V_G}$ de son centre d'inertie **G** est constant au cours du mouvement.

-Quelque soit le point d'attache, la direction verticale du fil tendu passe par le centre de gravité de la plaque, qui est confondu avec le centre d'inertie.

(schéma)



2. Principe de l'inertie:

L'étude expérimentale conduit ainsi à particulariser un point du solide que nous avons appelé **centre d'inertie et noté G.**

Plus généralement, on admettra que tout système matériel possède un **centre d'inertie**.

Quelle est la particularité de ce point?

La réponse est suggérée par les expériences précédentes et connues sous le nom de ***Principe d'inertie:***

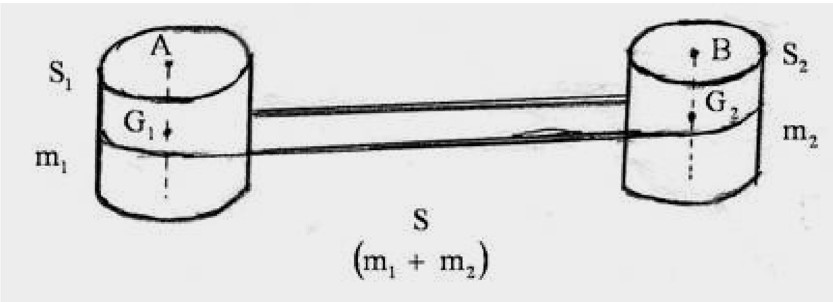
- Si le centre d'inertie du système est en mouvement, alors ***ce mouvement est rectiligne uniforme.***
- Si le centre d'inertie est au repos, alors il reste au repos. De tels référentiels sont appelés ***Galiléens.***

3. Centre de masse d'un système:

3.1 1ère expérience: *2 solides rigidement liés*

Deux mobiles S_1 et S_2, de masses m_1 et m_2, sont reliés rigidement et constituent un solide S de masse (m_1 + m_2). Connaissant les centres d'inertie G_1 et G_2 des 2 solides, peut-on déterminer le centre d'inertie G du solide S?

(schéma)



Soit: $d_1 = GG_1$ et $d_2 = GG_2$

Au cours d'une expérience, on a obtenu pour un rapport des masses $\frac{m_2}{m_1}$

Exemple: Si 2.d_1=6cm ; 2.d_2=3cm

Soit: $\frac{2\mathbf{d}_1}{2\mathbf{d}_2} = 2 = \frac{\mathbf{m}_2}{\mathbf{m}_1}$

D'autres expériences confirment les résultats suivants: $\frac{2\mathbf{d}_1}{2\mathbf{d}_2} = \frac{\mathbf{m}_2}{\mathbf{m}_1} = \frac{\mathbf{GG}_1}{\mathbf{GG}_2}$ or $\mathbf{G} \in \textbf{au segment } \mathbf{G}_1\mathbf{G}_2$

L'égalité ci-dessus se traduit donc en notation vectorielle par:

$m_1\overrightarrow{GG_1}=-m_2\overrightarrow{GG_2}$ soit $m_1\overrightarrow{GG_1}+m_2\overrightarrow{GG_2}=\vec{0}$

Soit un point O quelconque de l'espace choisi comme origine, il vient:

$m_1(\overrightarrow{OG_1}-\overrightarrow{OG})+m_2(\overrightarrow{OG_2}-\overrightarrow{OG})=\vec{0}$ et $m_1\overrightarrow{OG_1}+m_2\overrightarrow{OG_2}=(m_1+m_2)\overrightarrow{OG}$

d'où:

$$\boxed{\overrightarrow{OG}=\frac{m_1\overrightarrow{OG_1}+m_2\overrightarrow{OG_2}}{m_1+m_2}}$$

G est ainsi le ***barycentre*** des points G_1 et G_2 affectés des coefficients m_1 et m_2.

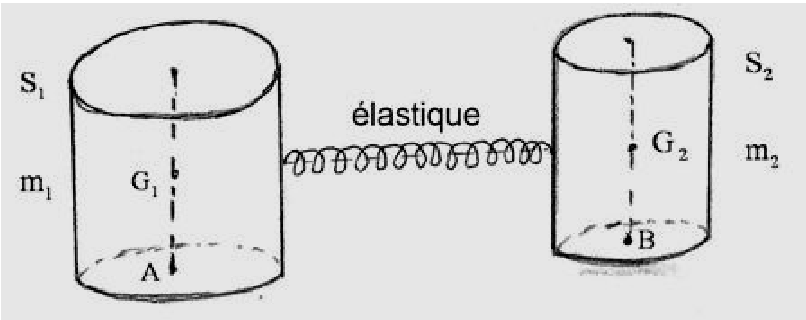
G est appelé le ***centre de masse*** de l'association ; il est à la fois ***centre d'inertie, centre de gravité et barycentre du système.***

3.2 2ème expérience*: 2 solides reliés par un élastique*

Deux palets S_1 (m_1, G_1) et S_2 (m_2, G_2) sont reliés par un élastique de masse négligeable. L'ensemble, noté S, constitue un système déformable de masse m= m_1+m_2.

La distance entre G_1 et G_2 varie, due à l'élasticité du système.

(schéma)



4. Etude qualitative des trajectoires:

- Phase1: l'élastique tendu tire sur S_1 qui n'est plus pseudo isolé, la trajectoire de G_1 est curviligne.
- Phase 2: l'élastique est détendu, S_1 est pseudo isolé, le mouvement de G_1 est rectiligne uniforme.
- Phase 3: le choc, S_2 bouscule S_1 qui n'est plus pseudo isolé.
- Phase 4: S_1 est à nouveau pseudo isolé.
- Phase 5: l'élastique tendu tire sur S_1; la trajectoire de G_1 s'incurve.

.On peut faire les mêmes constatations concernant G_2.

On admet toujours que la relation $\mathbf{m}_1\overrightarrow{\mathbf{GG}_1}+\mathbf{m}_2\overrightarrow{\mathbf{GG}_2}=\vec{0}$ soit encore vraie dans ce cas.

Conclusion:

Le centre de masse d'un système de solides, centre d'inertie de ce système, est le ***barycentre des centres de masse de chacun des solides.***

5. Exercices d'application:

I/ Un cylindre est formé de 2 parties:

-une partie en bois, de longueur 10cm;

-une partie en alliage, de longueur 1cm.

Déterminer la position du centre d'inertie de ce cylindre.

On donne: masse volumique du bois: 0,8g/cm^3

Masse volumique de l'alliage: 8g/cm^3

II/ Parmi les gaz d'échappement des véhicules, il s'en trouve un, très toxique, le monoxyde de carbone (CO). La distance entre les atomes de Carbone et d'Oxygène dans la molécule de CO est de 113pm.

Sachant que M(C) =12g/mol et M (O) =16g/mol; déterminer la position du centre d'inertie de cette molécule.

(schéma)

III/ On assimile la Terre et la Lune à 2 sphères homogènes dont les centres sont à une distance moyenne de $3,8.10^5$km.

1°) Sachant que le rapport des masses M_T/M_L est égal à 82, déterminer la position du centre d'inertie du système {Terre +Lune}.

2°) La masse du Soleil est environ égale à 2.10^{30}kg, la distance Terre-Soleil est environ de $1,5.10^8$km. Déterminer la position du centre d'inertie du système {Terre +Soleil}

On donne: R_T =6400km ; M_T =6 .10^{24}kg

IV/ Dans une plaque métallique homogène d'épaisseur constante, on découpe le trapèze schématisé ci-dessous .Déterminer graphiquement la position du centre d'inertie de la plaque.

Ce trapèze peut être considéré comme la juxtaposition du carré ABB'D de masse m_1 et du triangle BCB' de masse m_2 et la surface de BCB' est la moitié de celle de ABB'D, d'où $m_1 = 2m_2$.