

Variables aléatoires exercices

Exercice 1

Soit X une variable aléatoire dont la loi de probabilité est donnée par:

x_i	0	20	5	15
$P(X = x_i)$	0,5	0,1	0,2	0,2

1. Déterminer son espérance $E(X)$. Interpréter.
2. Déterminer sa variance $V(X)$ et son écart-type $\sigma(X)$.

Exercice 2

Soit une variable aléatoire discrète associée à la loi de probabilité suivante. Calculer son espérance et sa variance.

x_i	1	2	3	4	5	6
p_i	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,5

Exercice 3

Une variable aléatoire X est établie par la loi de probabilité suivante :

x_i	-2	-1	0	1	2	3
$p(X = x_i)$	0,3	0,05	0,1	0,05	0,2	p

Soit F sa fonction de répartition.

- a) Calculer p .
- b) Calculer $F(0,5)$
- c) Calculer $E(X)$.
- d) Calculer $\sigma(X)$.

Exercice 4

Un jeu consiste à lancer un dé normal.

Le joueur empoche une somme équivalente au nombre apparu si ce nombre est un multiple de trois et paye le montant indiqué à la banque dans le cas contraire.

1. Donner la loi de probabilité associée à ce gain (positif ou négatif) pour une partie.
2. Calculer l'espérance de la loi déterminée à la question précédente.
Le jeu est-il équitable?

Exercice 5

On lance deux dés cubiques bien équilibrés dont les faces sont numérotées de 1 à 6. On note X la variable aléatoire égale au plus grand des deux nombres sortis.

Déterminer la loi de probabilité de X .

Déterminer l'espérance de X . Interpréter.

Exercice 6

Dans un jeu de dominos, chaque domino est partagé en deux parties, chacune portant un numéro de 0 à 6 représenté par des points. Un double est un domino dont les deux parties portent le même numéro.



1) Prouver que le nombre de dominos est 28.

2) Un joueur tire au hasard un domino d'un jeu.

a) Quelle est la probabilité d'obtenir un double ?

b) Quelle est la probabilité d'obtenir un domino dont la somme des deux numéros soit divisible par 3?

3) X est la variable aléatoire prenant la valeur -1 lorsque le joueur obtient un domino non double, et la valeur n lorsqu'il obtient le double « $\{n, n\}$ ».

a) Quelle est la loi de probabilité de X ?

b) Calculer $E(X)$.

c) Calculer la variance et l'écart-type de X .

Exercice 7

On tire 5 cartes au hasard dans un jeu de 32 cartes. On appelle cela une main. Si la main contient 4 rois on gagne 1000 Ariary, si la main contient 3 rois, on gagne 500 Ariary, si la main contient 2 rois, on ne gagne rien et on ne perd rien, si la main contient 1 roi, on perd 100 Ariary et si la main ne contient aucun roi, on perd 500 Ariary. Soit X la variable aléatoire correspondant au gain.

a) Établir la loi de probabilité de X .

b) Calculer l'espérance mathématique de X .

Exercice 8

Un sac contient 6 boules blanches dont 2 sont numérotées 1, 4 numérotées 2 et 4 boules noires dont 3 sont numérotées 1 et 1 numérotée 2.

1°/ On prélève au hasard et simultanément 3 boules de ce sac ; calculer les probabilités des événements suivants :

A : les 3 boules tirées sont blanches.

B : on a tiré 2 boules noires et une blanche.

C : les 3 boules tirées portent le numéro 1.

2°/ Au cours de la même expérience, on appelle X la variable aléatoire égale au nombre de boules noires extraites lors d'un tirage de 3 boules.

Déterminer la loi de probabilité de X , son espérance mathématique et sa variance.

Exercice 9

Un sac contient quatre boules numérotées 0, 1, 2, 3 et trois boules jaunes portant toutes les trois le numéro 1.

On tire simultanément deux boules du sac. On suppose que tous les tirages sont équiprobables.

Soit X la variable aléatoire égale à la somme des numéros des nombres figurant sur chaque boule tirée.

- 1) Trouver la loi de probabilité de X .
- 2) Calculer l'espérance mathématique de X