Exercices sur le logarithme népérien : série n°1

Exercice 1 : Exprimer à l'aide de ln 2, ln 3 et/ ou ln 5 :

$\ln 4$; $\ln(\frac{2}{27})$; $\ln\sqrt{6}$; $\ln 16\sqrt{\frac{2}{3}}$; $\ln\frac{1}{2}+\ln\frac{2}{3}+....+\ln\frac{98}{99}+\ln\frac{99}{100}$

Exercice 2

Simplifier l'écriture de chacun des nombres suivants :

a) $\ln\sqrt{e}$ b) $\sqrt{\ln(e^3)}$ c) $\ln\sqrt{\frac{1}{e^5}}$ d) $\ln 200-2\ln 10$ c) $\ln(\frac{\sqrt{5}-1}{4})+\ln(\frac{\sqrt{5}+1}{4})$

Exercice 3

Déterminer l'ensemble de définition de chacune des fonctions suivantes :

a) f(x) = ln (2x-1) b) f(x) = ln (3 - 2x) c) $f(x) = \ln(2x+1)^2$

d) f(x) = ln x – ln (x - 1) e) f(x) = ln x – ln (2-x) f) $f(x)=\ln\frac{1-x}{3-2x}$

g) $f(x)=\frac{2}{\ln x}$ h) $f(x)=\ln(x^2-2x)$ i) $f(x)=\ln(-2x^2+x+1)$

j) $f(x)=\ln(2x-x^2)-\frac{1}{x-1}$ k) $f(x)=\ln(x-2x^2)-\ln(x^2-4)$ l) $f(x)=\ln(2x-x^2)-\sqrt{x^2-1}$

Exercice 4 : Résoudre dans IR les équations et systèmes d'équations :

a) ln x = 2 b) ln(x-1) = 2 c) $\ln(\frac{x}{2})=\ln(x-1)$

d) $\ln\frac{x-1}{x+1}=3$ e) $\ln(x^2-2x)=\ln 2+\ln(x^2-x-2)$ f) $\ln(x^2-2e^2)=1+\ln x$

g) (x+2) ln (x-1) = 0 h) $\ln^2(\frac{x}{2})=4$ i) $\ln|x-1|=\frac{2}{3}$

Exercice 5 : Résoudre dans IR les équations :

$(\ln x)^2-\ln x-42=0$ $2(\ln x)^2-7\ln x-15=0$

$2(\ln x)^3-14\ln x+12=0$ $2(\ln x)^3-7(\ln x)^2+2\ln x-3=0$

$\frac{2\ln x-1}{\ln x+1}=1$ $\frac{\ln x-1}{\ln x+3}=\frac{1}{\ln x}$

Exercice 6

Résoudre dans IR les systèmes d'équations suivants:

a) $\begin{cases} x+y=30 \\ \ln x+\ln y=3\ln 6 \end{cases}$ b) $\begin{cases} \ln xy=7 \\ \ln\frac{x}{y}=1 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x^2+y^2=218 \\ \ln x+\ln y=\ln 91 \end{cases}$ d) $\begin{cases} (\ln x).(\ln y)=6 \\ \ln(xy)=5 \end{cases}$

Exercice 7 : Résoudre les inéquations suivantes :

$\ln x - 1 > 0$ $\qquad$ $\ln(x-1) + 3 < 0$ $\qquad$ $\ln x > \frac{1}{2}\ln 3$

$\ln\frac{3}{x} \leq -2$ $\qquad$ $\ln x \geq 3 - \ln 2$ $\qquad$ $\ln x + \ln(x-1) \geq 0$

$\ln 2x + \ln(x-1) \leq -\ln 2$ $\qquad$ $\ln(x-1) + \ln(x+2) > \ln x$ $\qquad$ $\ln^2 x - 2\ln x \geq 0$

$(\ln x)^2 - 2\ln x - 3 > 0$ $\qquad$ $\ln(3x^2 - x) \leq \ln x + \ln 2$ $\qquad$ $\ln(3-x) + \ln 24 < \ln(x+1) + \ln(25x-49)$

$\frac{\ln x + 1}{\ln x - 2} \leq 0$ $\qquad$ $x\ln(x+1) \geq 0$ $\qquad$ $\frac{\ln x}{2x-1} \leq 0$

$\ln\left|\frac{x}{2}\right| \leq 0$ $\qquad$ $\ln|2x-1| \geq \ln|x|$ $\qquad$ $\ln(\frac{x^2}{2}) \leq 0$

Exercice 8

Déterminer les entiers n vérifiant les conditions suivantes :

$2^n \leq \frac{1}{3}$ $\qquad$ $\left(\frac{1}{2}\right)^n \leq 10^{-2}$ $\qquad$ $(0,7)^n \geq 2$

Exercice 9

Déterminer l'ensemble de définition de chacune des fonctions suivantes :

a) $f(x) = \frac{1-x}{\ln(3-2x)}$ $\qquad$ b) $f(x) = \sqrt{\ln(2-x)}$ $\qquad$ c) $f(x) = \frac{2x}{\ln x - 1}$

d) $f(x) = \frac{1}{\ln(1-2x) + \ln x}$ $\qquad$ e) $f(x) = \frac{2x+5}{\ln(x+2)+1}$ $\qquad$ f) $f(x) = \frac{\ln(x+1)}{\ln(1-2x)}$

Exercice 10 : Etudier la parité des fonctions suivantes :

$f : x \mapsto \ln\frac{4-x}{4+x}$ $\qquad$ $f : x \mapsto \ln(x + \sqrt{x^2+1})$

Exercice 11

Soit f la fonction définie par $\mathbf{f(x) = \ln\left(\frac{10-2x}{3+x}\right)}$. On note par C la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

Montrer que le point A (1 ; ln 2) est un centre de symétrie pour la courbe de f

Exercice 12

Soit f la fonction définie par $\mathbf{f(x) = \ln\left(\frac{7-+x}{9-3x}\right)}$. On note par C la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

Donner l'équation de la courbe de f dans le repère où $(\Omega; \vec{u}, \vec{v})$ où $\Omega(-2;0)$, $\vec{u} = \vec{i}$ et $\vec{v} = \vec{j}$

En déduire la symétrie de la courbe.