Exercices sur la continuité T OSE

1. Exercice 1

Soit f la fonction définie par

$$\begin{cases} f(x) = -2x - 5 \; si \; x < -2 \\ f(x) = x^2 + 3x + 1 \; si -2 \leq x \leq 1 \\ f(x) = -x + 6 \; si \; x \geq 1 \end{cases}$$

Étudier la continuité de f en -2 puis en 1

2. Exercice 2

La fonction f est définie par f(x) = $\frac{x^2-2x}{2-x}$ si x ≠ 2 et f(2) = - 2.

1) Déterminer l'ensemble de définition de f.

2) Montrer que f est continue sur son domaine.

3. Exercice 3

Donner l'ensemble de définition de la fonction f puis monter qu'on peut prolonger par continuité f en x_0.

Indiquer explicitement son prolongement par continuité g.

1) f(x) = $\frac{x^2-9}{x-3}$ et x_0 = 3 ; f(x) = $\frac{x^2-1}{x+1}$ et x_0 = -1 ; 3) f(x) = $\frac{(x+4)^2}{x^2-16}$

4. Exercice 4

Montrer que la fonction f possède une racine unique α dans l'intervalle I si

1) f(x) = x^3 -4x² +x -5 et I = {4 ; 5].

2) f(x) = $\frac{x^3}{3}$ + x² -3x -4 et I = {2 ; 3]

5. Exercice 5

La fonction f est définie sur IR\{1} par f(x) = $\frac{x^2+px+q}{x-1}$.

1) Déterminer une relation entre p et q pour que f admette un prolongement par continuité en 1.

2) Calculer la valeur de ce prolongement en fonction de p.