

## Dénombrement : série 2

### Exercice 1 :

Une permutation d'un ensemble fini  $E$  est une façon d'ordonner les éléments de  $E$

1°) Donner deux permutations de chacun des ensembles suivants :

a,b

1;2;3

a;e;i;u;o

2°) Combien y a-t-il de permutations d'un ensemble à 2 éléments ? d'un ensemble à 3 éléments ? d'un ensemble à 4 éléments ? d'un ensemble à 5 éléments ? d'un ensemble à 6 éléments ?

( On note  $n!$  (factorielle  $n$ ) le nombre de permutations d'un ensemble à  $n$  éléments )

### Exercice 2 :

1°) De combien de façons différentes peut-t-on ranger 5 boules de couleurs différentes dans 5 cases alignées de tels sortes que chaque case ne contienne qu'une seule boule ?

2°) Combien de sigles de 5 lettres différents peut-t-on former avec les lettres du mot « MATHS » ?

3°) Combien y-a-t-il d'ordre d'arrivées possibles lors d'une course d'endurance à 8 partants, si on suppose qu'il n'y a pas d'ex-æquo ?

4°) De combien de façon différentes peut-t-on numéroter de 1 à 9 les 9 chaines télévisées accessibles à Antananarivo ?

### Exercice 3 :

Un arrangement 3 à 3 des éléments d'un ensemble fini  $E$  est une façon d'ordonner 3 éléments distincts de  $E$

1°) On pose  $E = \{a, b, c, d, e\}$

Donner trois arrangements 2 à 2 des éléments de  $E$

Donner trois arrangements 3 à 3 des éléments de  $E$

Donner trois arrangements 4 à 4 des éléments de  $E$

Donner trois arrangements 5 à 5 des éléments de  $E$ . Que remarque-t-on ?

2°) a) Combien y a-t-il d'arrangements 2 à 2 dans un ensemble à 3 éléments ?

b) Combien y a-t-il d'arrangements 2 à 2 dans un ensemble à 4 éléments ?

c) Combien y a-t-il d'arrangements 3 à 3 dans un ensemble à 4 éléments ?

d) Combien y a-t-il d'arrangements 4 à 4 dans un ensemble à 9 éléments ?

e) Combien y a-t-il d'arrangements  $p$  à  $p$  dans un ensemble à  $n$  éléments ?

3°) On note  $A_n^p$  le nombre d'arrangements  $p$  à  $p$  dans un ensemble à  $n$  éléments

Vérifier que  $A_n^p = \frac{n!}{(n-p)!}$  ( $p < n \in \mathbb{N}$ )

#### **Exercice 4 :**

- 1°) On dispose de 8 boules de couleurs différentes  
De combien de façons différentes peut-t-on remplir 5 cases alignées avec des boules ? Chaque case ne peut contenir qu'une seule boule
- 2°) Combien de sigles de 5 lettres distincts peut-t-on former avec les lettres du mot « COMBIEN » ?
- 3°) Combien y a-t-il de résultats possibles en quinté, lors d'une course de chevaux à 10 partants, si on suppose qu'il n'y a pas d'ex-æquo ?
- 4°) De combien de façons différentes peut-t-on choisir un président, un vice-président, un secrétaire et un trésorier dans une classe de 40 élèves ?

#### **Exercice 5 :**

Une combinaison 3 à 3 des éléments d'un ensemble fini  $E$  est une façon de grouper 3 éléments distincts de  $E$ .

- 1°) On considère l'ensemble  $E = \{a, b, c, d\}$ 
  - a) Enumérer tous les arrangements 3 à 3 des éléments de  $E$ . Combien y en a-t-il ?
  - b) Enumérer toutes les combinaisons 3 à 3 des éléments de  $E$ . Combien y en a-t-il ?
- 2°) Soit la combinaison  $\{a, c, d\}$ 
  - a) Combien d'arrangements 3 à 3 peut-on former avec cette unique combinaison ?
  - b) Quelle relation lie le nombre d'arrangements 3 à 3 et le nombre de combinaisons 3 à 3 des éléments de  $E$  ?
- 3°) Soit  $E$  un ensemble fini à  $n$  éléments, et soit  $p < n$ 
  - a) Combien d'arrangements  $p$  à  $p$  peut-t-on former avec une seule combinaison  $p$  à  $p$  des éléments de  $E$  ?
  - b) Quelle relation lie le nombre  $A_n^p$  et le nombre  $C_n^p$ , nombres de combinaisons  $p$  à  $p$  des éléments de  $E$  ?
  - c) Montrer que  $C_n^p = \frac{n!}{p!(n-p)!}$

#### **Exercice 6 :**

- 1°) On dispose de 8 boules identiques  
De combien de façons différentes peut-t-on remplir 5 cases alignées avec des boules ? Chaque case ne peut contenir qu'une seule boule.
- 2°) De combien de façons différentes peut-t-on choisir 4 représentants de la classe dans une classe de 40 élèves ?
- 3°) Combien de mains de 13 cartes peut-on avoir dans un jeu de 32 cartes ?

#### **Exercice 7 :**

A l'arrivée d'une course de chevaux, le quinté gagnant dans l'ordre est le :

2 ; 7 ; 5 ; 9 ; 3

- 1°) Combien y-a-t-il de quintés gagnants ?
- 2°) Combien y-a-t-il de quintés gagnants dans le désordre ?