

Dénombrement : série 5

Exercice 1

Les 25 marins d'un navire ont épuisé leurs vivres le soir du 13 février alors qu'ils étaient encore au beau milieu de l'océan.

Ils décidèrent alors de choisir au hasard 7 marins, pour être mangés, pour assurer leurs survivances pour la semaine du 14

1°) A combien de cas différents doivent ils s'attendre ?

2°) Les 7 malheureux ont été choisis, mais ils disputèrent encore de qui va être exécuté le lundi, mardi,

...

De combien de façons différentes peuvent-ils s'organiser ?

3°) Les 7 jours se sont écoulés, et les 18 marins restants se sont encore égarés, puisque le seul qui savait lire la carte a déjà été exécuté.

De combien de façons différentes peuvent-ils choisir les 7 prochains malheureux à exécuter successivement pendant les 7 prochains jours ?

Exercice 2

Ecrire le plus simplement possible le nombre $\frac{A_n^p}{p! C_{n+1}^{p+1}}$, $n < p \in \mathbb{N}$

Exercice 3

Soit l'ensemble $\Omega = \{1,2,4,5,7,9\}$

1°) Combien de nombres de 4 chiffres distincts peut-on former avec les éléments de Ω ?

2°) Parmi ces nombres : – Combien sont pairs ?
– Combien sont impairs ?
– Combien sont supérieurs à 7000 ?
– Combien sont inférieurs à 6000 ?

Exercice 4

Une urne A contient 6 boules rouges et 3 boules vertes

Une urne B contient 5 boules rouges et 4 boules vertes

I – On lance une pièce de « pile » ou « face »

Si on obtient « pile », on tire simultanément 4 boules de l'urne A

Si on obtient « face », on tire simultanément 4 boules de l'urne B

1°) Combien y a-t-il de résultats possibles dans cette expérience ?

2°) De combien de façons différentes peut-t-on obtenir :

a) 4 boules de la même couleur ?

b) autant de boules vertes que de boules rouges ?

c) plus de boules vertes que de boules rouges ?

- II – On lance un dé cubique dont les faces sont numérotées de 1 à 6
Si on obtient 1 ou 6, on tire simultanément 4 boules de l'urne A
Si on obtient 2, 3, 4 ou 5, on tire simultanément 4 boules de l'urne B
- 1°) Combien y a-t-il de résultats possibles dans cette expérience ?
 - 2°) De combien de façons différentes peut-t-on obtenir :
 - a) 4 boules de la même couleur ?
 - b) autant de boules vertes que de boules rouges ?
 - c) plus de boules vertes que de boules rouges ?

Exercice 5

Chaque pièce d'un jeu de dominos dispose de deux faces, chaque face peut être numérotée de 0 à 6.

On remarque qu'une pièce peut être un « double » (les deux faces portent le même numéro), ou un « couple » (les deux faces portent des numéros différents)

- 1°) Combien existe-t-il de pièces « doubles » ?
- 2°) Combien existe-t-il de pièces « couples » ?
- 3°) Combien y a-t-il de pièces dans un jeu de dominos ?
- 4°) Répondre aux mêmes questions que précédemment en supposant que chaque face peut être numérotée de 0 à 8, de 0 à 10

Exercice 6

Une urne A contient 4 boules blanches et 6 boules noires

Une urne B contient 3 boules blanches et 5 boules noires

On tire simultanément 2 boules de l'urne A et une boule de l'urne B

- 1°) Combien y a-t-il de résultats possibles dans cette expérience ?
- 2°) Combien y a-t-il de cas favorables à l'obtention de :
 - a) trois boules de la même couleur ?
 - b) une boule blanche
 - c) deux boules blanches

Exercice 7

- 1°) De combien de manières différentes peut-on former un comité de 7 personnes dans une société de 8 femmes et 7 hommes ?
- 2°) De combien de manières différentes peut-on former un comité de 3 femmes et 4 hommes dans cette société ?
- 3°) De combien de manières différentes peut-on former un comité de 3 femmes et 4 hommes dans cette société, si l'on suppose que mademoiselle x et monsieur y soient désignés en même temps ?
- 4°) De combien de manières différentes peut-on former un comité de 3 femmes et 4 hommes dans cette société, si l'on suppose que mademoiselle x refuse d'être désignée en même temps que monsieur y ?

Exercice 8

Un groupe de n personnes décident de former un bureau de p personnes, dont un président et $(p - 1)$ délégués.

Deux façons leurs sont offertes pour former ce bureau

1^{ère} façon : Choisir le président puis les $(p - 1)$ délégués.

On note A le nombre de façons distinctes de procéder ainsi

2^{ème} façon : Choisir les p membres du bureau puis le président parmi ces p personnes.

On note B le nombre de façons distinctes de procéder ainsi

1°) Exprimer A et B en fonction de n et p

2°) Montrer que $A = B$

Exercice 8

24 équipes participent à un tournoi.

Pendant la phase éliminatoire, les 24 équipes sont partagées en plusieurs groupes et chaque équipe doit rencontrer une et une seule fois tout autre équipe de son groupe

1°) En formant 6 groupes de 4 équipes, combien de rencontres vont être disputées dans chaque groupe ?

2°) En combien de groupes faut-il partager les 24 équipes pour qu'il y ait en tout 84 rencontres pendant la phase éliminatoire ?

(Indication : en notant n le nombre d'équipes dans chaque groupe, $\frac{24}{n}$ est le nombre total de groupes.

Chercher n)