# Probabilité élémentaire

## 1. Introduction

Le calcul des probabilités débuta véritablement au XVIIe siècle, lorsque Pascal et Fermat, suivi de Huygens et Bernoulli entreprirent l'étude de certain jeu de hasard. Il fut développé au XIX e siècle pour être appliqué aussi bien en Sciences sociales (Économie …) qu'en science physique. En1933, le Soviétique Kolmogorov en donna un exposé axiomatique cohérent.

## 2. Vocabulaire

• .La probabilité est un outil mathématique permettant la mesure des phénomènes aléatoires, c'est-à-dire liés au hasard.

• Une épreuve est une expérience dont on ne peut pas prévoir le résultat précis.

• L'univers d'une épreuve est l'ensemble de tous les résultats possibles.

• Toute partie de l'événement est appelée événement. 0n note généralement un événement à l'aide d'une lettre A, B, C,…

• Une éventualité est un élément de l'univers.

• Les singletons s'appellent « événements élémentaires »

• L'événement contraire de A est l'événement noté A qui est réalisé si A ne l'est pas Exemple 0n lance un dé dont les faces sont numérotés de1 à 6, et on note le numéro de la face supérieure. Le tableau suivant regroupe les vocabulaires à utiliser.

•

| Vocabulaire | Signification | Exemples |
|---|---|---|
| Univers $\Omega$ | Ensemble des résultats | $\Omega$ = {1, 2, 3, 4, 5, 6 } |
| Éventualité | Un résultat | {5} |
| Événement | Un sous ensemble de $\Omega$ | B « obtenir un nombre pair |
| Événement élémentaire | Ensemble à un élément | Obtenir un numéro |
| Événement certain | $\Omega$ | Avoir un nombre inférieur ou égal à 6 |
| Événement impossible | $\emptyset$ | Obtenir 7 |
| Événement contraire de A noté $\overline{A}$ | Événement formé de tous les résultats possibles qui ne sont pas favorables à A | A : « obtenir un nombre paire, $\overline{A}$ : « obtenir un nombre impair » |
| Événement A ou B | AUB $\overline{A}$ | Obtenir un nombre pair ou premier |
| Événement A et B | $A \cap B$ | Obtenir un nombre pair et premier |
| Événements incompatibles | $A \cap B = \emptyset$ | A : « obtenir un nombre premier » B : « obtenir 6 » |

# 3. Calcul de probabilité

## 3.1 Définition

On définit une probabilité P sur l'univers $\Omega = \{ e_1, e_2, \ldots, e_n \}$ en associant à chaque événement élémentaire $\{e_i\}$ de $\Omega$ un nombre réel positif $p_i$ vérifiant :

1) $0 < p_i \leq 1$

2) $p_1 + p_2 + \ldots + p_n = 1$.

La probabilité d'un événement A est la somme des probabilités de toutes les éventualités appartenant à A

Exemple

On jette une fois un dé cubique bien équilibré dont les faces sont numérotées de 1 à 6.

On a $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ et $p_1 = p_2 = \ldots = p_6 = \frac{1}{6}$ .

Soit A l'événement avoir un multiple de trois, on a $p(A) = p(3) + p(6) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$ .

## 3.2 Propriétés

0n a les propriétés suivantes :

- $0 \leq P(A) \leq 1$.
- $P(\Omega) = 1$.
- $P(\phi) = 0$.
- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.
- $P(A) + P(\overline{A}) = 1$.

on en déduit $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$

## 3.3 L'équiprobabilité

Pour une situation donnée, il y a équiprobabilité si tous les événements élémentaires ont les mêmes probabilités. Dans ce cas, pour un événement A quelconque, on a:

$$P(A) = \frac{card\ A}{card\ B} = \frac{nombre\ de\ cas\ favorable}{nombre\ de\ cas\ possible}$$

Exemple

Une urne contient 10 boules indiscernables au toucher, dont 3 blanches et 7 noires.0n tire 3 boules de l'urne. Dans chacun des cas suivants,déterminer le nombre de cas possibles, puis la probabilité de l'Événement A : « obtenir deux blanches et une noire

1) les boules sont tirées simultanément.

2) les boules sont tirées successivement sans remise.

Réponse

1) Tirage simultané

Tirage simultané = combinaison , donc

card Ω = $C_{10}^{3}=\frac{10!}{3!(10-3)!}$ =

card A = $C_{3}^{2}\cdot C_{7}^{1}$ et P(A) = $\frac{cardA}{card\Omega}$

2) card Ω = $A_{10}^{3}=\frac{10!}{(10-3)!}$ card A = 3 $\frac{A_{3}^{2}}{A_{7}^{1}}$ P(A) = $\frac{cardA}{card\Omega}$