Barycentres : série n°2

Exercice 1

1°) Placer dans un repère les points $A(1,2)$, $B(-3,4)$ et $C(-2,5)$

Soit G le barycentre des points pondérés $(A,3)$, $(B,2)$ et $(C,-4)$

2°) Quelles sont les coordonnées de G ? Placer G

3°) La droite (BG) passe-t-elle par l'origine du repère ? (Justifier)

Exercice 2

ABC est un triangle. On considère l barycentre A' de $(B,2)$ et $(C,-3)$, le barycentre B' de $(A,5)$ et $(C,-3)$ ainsi que le barycentre C' de $(A,5)$ et $(B,2)$

Démontrer que les droites (AA'), (BB') et (CC') sont concourantes

Indication : on pourra considérer le barycentre G de $(A,5)$, $(B,2)$ et $(C,-3)$

Exercice 3

Soit ABC un triangle équilatéral de côté 3 cm.

1°) Placer, en justifiant, le barycentre Z de $(A,1)$, $(B,3)$ et $(C,-3)$

2°) Montrer que les droites (AZ) et (BC) sont parallèles.

Exercice 4

$ABCD$ est un tétraèdre et G est le barycentre de $(A,4)$, $(B,1)$, $(C,1)$ et $(D,1)$

On note H le centre de gravité du triangle BCD (c'est-à-dire H est l'isobarycentre de B, C et D

1°) Démontrer que G est le barycentre de $(H,3)$ et $(A,4)$

2°) Situer le point G sur la droite (AH)

(Pour cet exercice, une figure est recommandée)

Exercice 5

Dans un repère $R(O,i,j)$, placer les points $A(2,1)$, $B(-1,5)$, $C(5,7)$ et $G\left(1,\frac{5}{2}\right)$)

1°) Déterminer les coordonnées de l'isobarycentre I des points B et C

2°) Déterminer les coordonnées du centre de gravité H du triangle ABC

3°) Existe-t-il un réel k tel que G soit le barycentre de $(A,1)$ et (B,k) ? Justifier.

Exercice 6:

ABC est un triangle. On définit les points I , J et K par :

$\overrightarrow{BI} = k\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CJ} = k\overrightarrow{CA}$, et $\overrightarrow{AK} = k\overrightarrow{AB}$ avec $k \in IR$

On note G l'isobarycentre de A , B et C

1°) Faire une figure dans le cas $k = \dfrac{1}{3}$

2°) Démontrer que G est l'isobarycentre de I , J et K

Exercice 7

$[AB]$ est un segment de longueur 6 cm

Déterminer l'ensemble G des points M du plan tels que : $MA = 2MB$

Exercice 8

On considère un triangle ABC

On considère le système (A,1) ; (B ;2), (C ;-1) de barycentre G

On note D le quatrième sommet du parallélogramme ACBD.

Montrer que G est le milieu du segment [BD], et que les droites (BG) et (AC) sont parallèles.

Exercice 9

ABCD est un parallélogramme.

Le point P est le symétrique du milieu du segment [AB] par rapport à A et Q est le point défini par la relation : $\overrightarrow{AQ} = \dfrac{1}{3}.\overrightarrow{AD}$

Montrer que les points P, Q et C sont alignés.

Exercice 10

ABC est un triangle et les points P, Q et R sont définis par les relations suivantes :

- $3.\overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC} = \overrightarrow{AB}$
- $\overrightarrow{AQ} = \dfrac{1}{4}\overrightarrow{AC}$

- R est le milieu du segment [AB]

Montrer que les droites (AP), (BQ) et (CR) sont concourantes en un point que l'on précisera.

Exercice 11

ABC est un triangle. E est le milieu de [AB], F le point tel que $\overrightarrow{AF} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$ et G tel que

$\overrightarrow{BG} = \frac{1}{3}\vec{C}$

1.- Tracer la figure.

2.- Démontrer que les droites (CE), (BF) et (AG) sont concourantes.

Exercice 12

ABCD est un parallélogramme.

1.- Exprimer le vecteur $\vec{v} = 2\,\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MB} + 3\,\overrightarrow{MC} - 2\,\overrightarrow{MD}$ à l'aide d'un vecteur unique.

2.- Démontrer que le vecteur $\vec{w} = \overrightarrow{MA} + 3\,\overrightarrow{MB} - 3\,\overrightarrow{MC} - 2\,\overrightarrow{MD}$ est un vecteur indépendant de M. Construire ce vecteur. .

Exercice 13

B et C sont deux points distincts du plan.

Montrer qu'il n'est pas possible de construire un point A tel que $3\,\overrightarrow{AB} - 3\,\overrightarrow{AC} = 2\,\overrightarrow{BC}$

Exercice 14

B et C sont deux points distincts.

Construire le point G défini par $-3\,\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{O}$

Exercice 15

A, B et C sont trois points tels que pour tout point M, $2MB - 3MB + MC = 0$. $2\,\overrightarrow{MA} - 3\,\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{O}$

Montrer que les points A, B, et C sont alignés et représenter ces trois points

Exercice 16

A et B sont deux points tels que AB = 10 cm.

1.- Les points G_1 et G_2 sont les barycentres respectifs de $\{(A,2);(B,3)\}$ et de $\{(A,2);(B,-3)\}$.

Déterminer $\overrightarrow{G_1 G_2}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$.

2.- En déduire la longueur $G_1 G_2$.

3.- Les points G_1 et G_2 sont les barycentres respectifs de $\{(A,\alpha);(B,\beta)\}\ et \{(A,\alpha);(B,-\beta)\}$.

Déterminer le vecteur $\overrightarrow{G_1 G_2}$ en fonction du vecteur $\overrightarrow{AB}$ et des nombres $\alpha\ et\ \beta$.