

Barycentres : série n°3

Exercice 1

A et B sont deux points donnés.

Placer le point G tel que $\vec{GA} = 4\vec{GB}$

Exercice 2

A et B sont deux points donnés distants de 5 cm.

- Montrer que le barycentre G des points pondérés (A ; -2) et (B ; 5) existe.
- Placer G

Exercice 3

Placer le barycentre de

- (A,3), (B,6)
- (A,3), (B,-2)
- (A,3), (B, -2)

Exercice 4

G est le barycentre de (A, 4), (B,-3) et H celui de (A,-3), (B,4).

Montrer que G et H sont symétriques par rapport au milieu I de [AB]

Exercice 5

(D) et (D') sont deux droites parallèles.

Une droite (Δ) coupe (D) en A, et (D') en B.

- Placer le barycentre O de (A, 1), (B,-3)
- La droite (Δ') passe par O et coupe (D) en A' et (D') en B'.

Démontrer que O est le barycentre de (A', 1), (B',-3)

Exercice 6

Déterminer les réels a et b pour G soit le barycentre de (A, a), (B, b) dans chacun des cas suivants :

- $\vec{AB} = 2\vec{GB}$
- $2\vec{GA} - 5\vec{BA} = \vec{0}$
- $2\vec{AB} - \vec{GA} + \vec{GB} = \vec{0}$
- G est le symétrique de B par rapport à A.

Exercice 7

ABC est un triangle, k un réel différent de 1, G le barycentre de (A,1), (B,k) et H le barycentre de (A,1), (C,k).

Montrer que (GH) est parallèle à ((BC)

Exercice 8

A (-1,2) et B(5,3) sont deux points du plan.

Calculer les coordonnées du barycentre G de (A,1), (B,3)

Exercice 9

ABC est un triangle.

- Placer le point G barycentre de (A, 1), (B, -1), (C, 1)
- Montrer que ABCG est un parallélogramme.

Exercice 10

Trouver les réels a , b et c pour que G soit le barycentre de (A,a) , (B,b) , (C,c) dans chacun des cas suivants:

a) $\vec{AG} = 2\vec{AB} + 3\vec{AC}$

b) $\vec{BG} = \vec{AB} - \frac{1}{2}\vec{GC}$

Exercice 11

A , B , C et D sont quatre points donnés.

Construire le point M tels que $\vec{MA} + \vec{MB} = \vec{MD} - \vec{MC}$.

Exercice 12

$ABCD$ est un parallélogramme et E un point du plan.

Montrer que E, A, C et E, B, D ont même isobarycentre.

Exercice 13

$A(1,2)$, $B(-3,1)$, et $C(5,7)$ sont trois points du plan.

Calculer les coordonnées du barycentre G de $(A,2)$, $(B,-1)$, $(C,3)$.

Exercice 14

ABC est un triangle.

a) Construire le barycentre A' de $(B,-2)$, $(C,3)$, le barycentre B' de $(C,3)$, $(A,1)$, et le barycentre C' de $(A,1)$, $(B,-2)$.

b) Soit G le barycentre de $(A,1)$, $(B,-2)$, $(C,3)$

Montrer que G est le barycentre de $(C',-1)$, $(C,3)$.

En déduire que G appartient à la droite (CC') .

De la même façon, montrer que G appartient à (AA') et à (BB') .

Exercice 15

ABC est un triangle.

a) Construire le barycentre K de $(A,1)$, $(B,2)$, $(C,3)$.

b) Construire le barycentre L de $(A,1)$, $(B,3)$, $(C,-3)$.

c) Montrer que (AL) et (BC) sont parallèles.

Exercice 16

1.- G est le barycentre de (A,a) , (B,b) , (C,c) , (D,d) avec $a + b + c + d \neq 0$.

a) H est le barycentre de (A,a) , (B,b) ($a + b \neq 0$) et K le barycentre de (C,c) , (D,d) ($c + d \neq 0$).

Montrer que G est le barycentre de $(H,a+b)$, $(K,c+d)$.

b) I est le barycentre de $((A,a)$, (B,b) , (C,c) , ($a + b + c \neq 0$).

Montrer que G est le barycentre de $(I, a+b+c)$, (D,d) .

Exercice 17

ABC est un triangle rectangle en A .

A' est le projeté de A sur $[BC]$.

On pose : $BC = a$, $CA = b$ et $AB = c$.

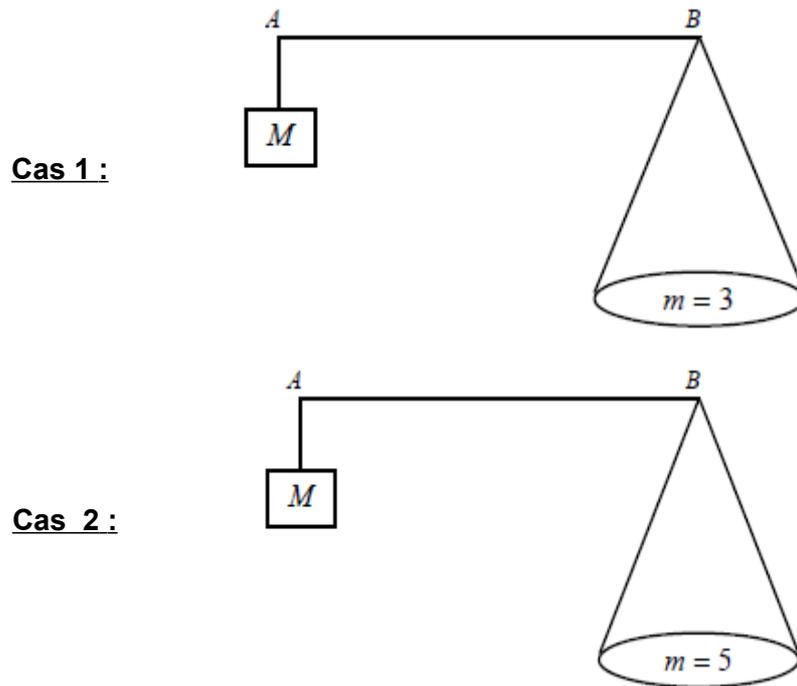
Montrer que A' est le barycentre de (B,b^2) , (C,c^2) .

Montrer que le milieu I de $[AB]$ est le barycentre de (A,a^2) , (B,b^2) , (C,c^2) .

Exercice 18

Une balance est constituée d'une masse M et d'un plateau fixé aux extrémités d'une tige. Pour peser une masse m , le vendeur place, à une position précise, un crochet sur la tige. Cette balance a l'avantage, pour le commerçant, de ne pas manipuler plusieurs masses.

1°) Pour chacun des cas suivants, où faut-il fixer le crochet G sur le segment $[AB]$ pour réaliser l'équilibre ? ($M = 2 \text{ kg}$)



(On pourra reproduire ces schémas à l'échelle de son choix)

2°) Le point G est tel que $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$. Quelle est la masse pesée ? ($M = 2 \text{ kg}$)

Exercice 19

Etant donné un triangle ABC et k un réel non nul, on définit les points D et E par les relations : $\overrightarrow{AD} = k\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CE} = k\overrightarrow{CA}$

1°) Faire une figure illustrant ces données lorsque $k = \frac{1}{3}$, puis lorsque $k = -1$

2°) Démontrer que D est le barycentre de $(A, 1-k)$ et (B, k)

3°) Démontrer que E est le barycentre de $(C, 1-k)$ et (A, k)

4°) En déduire que pour tout point M du plan, on a :

$$\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{ME} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} + k\overrightarrow{CB} = 2(\overrightarrow{MB'} + k\overrightarrow{B'C'})$$

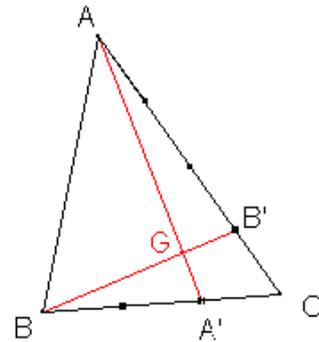
Où B' et C' sont les milieux respectifs de $[AC]$ et $[AB]$

5°) Soit I le milieu de $[DE]$, déduire de la question précédente que I , B' et C' sont alignés.

Exercice 20

Sur la figure, les droites (AA') et (BB') sont concourantes en G .
A l'aide des données de la figure,

- 1.- Déterminer deux systèmes de points pondérés dont A' et B' sont les barycentres.
- 2.- Démontrer que G est le barycentre de $(A, 2)$, $(B, 3)$, $(C, 6)$.
- 3.- En déduire la position du point C' , intersection des droites (CG) et (AB) .



Exercice 21

On considère un triangle ABC ainsi que les points I , J et K définis par : I est le symétrique du milieu du segment $[AB]$ par rapport à B ; le point J vérifie $2\vec{JA} - 3\vec{JC} = \vec{O}$ et le point K : $\vec{BK} = \frac{1}{3}\vec{BC}$.

- 1.- Faire une figure, puis placer les points I , J et K en justifiant la construction. Que peut-on conjecturer à propos des droites (CI) , (BJ) et (AK) ?
- 2.- Expliciter les points I , J et K en termes de barycentres des points A , B et C .
- 3.- Prouver que les droites (CI) , (BJ) , et (AK) sont concourantes.