

Suites numériques réelles

Exercice 1

1.- Un prix qui a augmenté de 200% a-t-elle doublé ?

2. Une entreprise produit la première année 1500 objets.

La production a diminué de 5 % l'année suivante, puis augmenté de 5%. L'entreprise a-t-elle atteint la production initiale ?

3.- Une quantité qui augmente de 5 % est multiplié par... ?

Une quantité qui diminue de 5 % est multiplié par... ?

4.- Le salaire de Rakoto représente 150 % du salaire de sa femme Rasoa.

Le salaire de Rasoa a augmenté de 10%, celui de Rakoto a diminué de 5 %. Le salaire du ménage a-t-il augmenté ou diminué ?

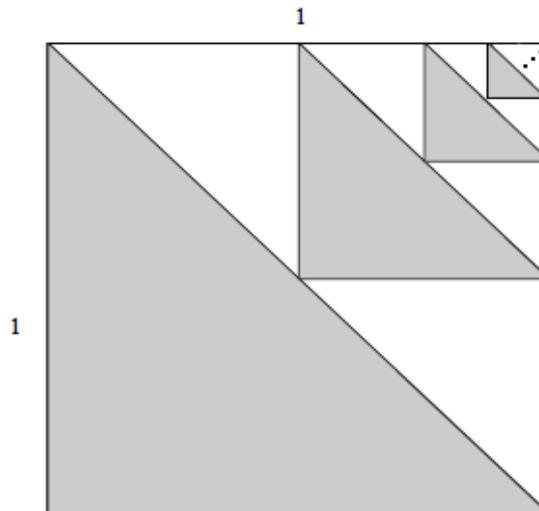
Exercice 2

1°) ABC est un triangle rectangle. Son plus petit côté est 1 et les longueurs de ses côtés sont trois termes consécutifs d'une suite arithmétique. Déterminer ces longueurs.

2°) ABC est un triangle rectangle. Son plus petit côté est 1 et les longueurs de ses côtés sont trois termes consécutifs d'une suite géométrique. Déterminer ces longueurs.

Exercice 3

Calculer la somme des aires hachurées : (Il y a une infinité de triangles)



Exercice 4

Bema est en train de lire un livre. En additionnant les numéros de toutes les pages qu'il a déjà lues, il obtient 351. En additionnant les numéros de toutes les pages qu'il lui reste à lire, il obtient 469.

1°) A quelle page en est Bema ?

2°) Combien de pages comporte ce livre ?

(On suppose que le livre commence à la page n°1)

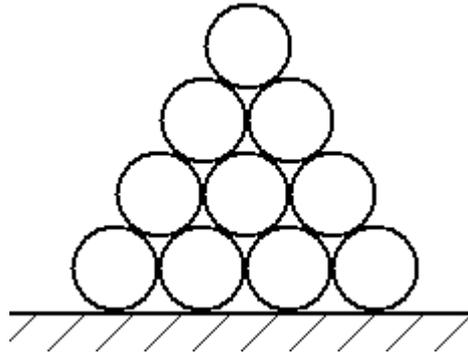
Exercice 5

La légende du jeu d'échec : Le roi demanda à l'inventeur du jeu d'échec de choisir lui-même sa récompense. Celui-ci répondit : « Place un grain de blé sur la première case de l'échiquier, deux grains sur la deuxième, quatre grains sur la troisième, et ainsi de suite jusqu'à la 64^{ème} case ». Le roi sourit de la modestie de cette demande.

Calculer une valeur approchée du nombre total de grains de blé que le roi devra placer sur l'échiquier.

Exercice 6

Des tuyaux sont rangés comme indiqué sur la figure :



- 1°) Quel est le nombre total de tuyaux dans un empilement de 5 couches ? 12 couches ?
- 2°) On a stocké 153 tuyaux, combien y a-t-il de couches ?
- 3°) Pour ranger 200 tuyaux, combien faut-il de couches ?
Combien reste-t-il de tuyaux ?

Exercice 7

Dans un placement à intérêt simple, les intérêts ne sont pas pris en compte pour le calcul des intérêts des années suivantes.

Dans un placement à intérêts composés, les intérêts d'une année s'ajoutent au capital pour le calcul des intérêts de l'année suivante.

On place un capital de 5 millions d'Ariary.

1.- Calculer la valeur du capital au bout de 5ans dans le cas où :

- a) on fait un placement à intérêts simples avec un taux de 5%
- b) on fait un placement à intérêts composés simple avec un taux de 3,5%.

2.- On note C_n la valeur du capital au bout de n années avec le placement à taux simple

- a) Exprimer en fonction de C_n le capital C_{n+1} au bout de $(n+1)$ années.
- b) Déterminer le nombre d'années à partir duquel la valeur du capital est supérieure à 10 millions

3.- On note S_n la valeur du capital au bout de n années avec le placement à taux composés

- a) Exprimer en fonction de S_n le capital S_{n+1} au bout de $(n+1)$ années.
- b) Comparer S_{10} et C_{10}

Exercice 9

Un contrat de location prévoit un loyer annuel de 4 000 000Ar la première année et une augmentation de 5% chaque année. Quel sera le montant total des loyers versés pendant les dix premières années ?

Exercice 10

Une entreprise prévoit d'augmenter sa production de 500 unités par an. La production en 2010 est de 2500 unités.

Quelle sera la production en 2015 ?

En quelle année la production attendra-t-elle le double de la production en 2010 ?

Quelle sera alors le nombre total d'unités produites depuis 2010 ?

Exercice 11

Un papier a une épaisseur de 0,1 mm. En le pliant en deux 10 fois, quelle est l'épaisseur du papier plié ?

Exercice 12

On considère la suite (u_n) définie par $u_1 = \frac{1}{2}$ et $u_{n+1} = \frac{n+1}{2n} u_n$ pour tout n non nul. On pose $v_n = \frac{u_n}{n}$.

1. Calculer u_2 et u_3 . (U_n) est-elle une suite géométrique ?

2. Montrer que la suite (v_n) ainsi définie est une suite géométrique dont on déterminera la raison et le premier terme.

3. Exprimer v_n en fonction de n , puis u_n en fonction de n .

4. On considère la fonction f définie par $f(x) = 1 + x + x^2 + x^3 + \dots + x^n$

a) Montrer que pour tout x différent de 1, Donner une autre expression de $f(x)$.

b) En dérivant f à partir de ses deux expressions, démontrer l'égalité

$$1 + 2x + 3x^2 + \dots + nx^{n-1} = \frac{nx^{n+1} - (n+1)x^n + 1}{(1-x)^2}, \text{ puis l'égalité :}$$

$$(E) \quad x + 2x^2 + 3x^3 + \dots + nx^n = \frac{nx^{n+2} - (n+1)x^{n+1} + x}{(1-x)^2}$$

5. En utilisant l'égalité (E) de la question 3 . b) , donner l'expression de

$S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$ en fonction de n .

Exercice 13

Une subvention de 76 800 Francs est débloquée pour rechercher une nappe d'eau souterraine.

Le coût du forage est fixé ainsi :

- le premier mètre à 100 Francs

- le mètre suivant à 140 Francs

et ainsi de suite, chaque mètre coûte 40 Francs de plus que le précédent.

Quelle profondeur pourra atteindre le forage avec la subvention ?

Exercice 14

Lors d'une élection, un certain nombre de candidats sont en présence au premier tour. Chacun d'eux réunit exactement deux fois moins de voix que celui qui lui est immédiatement supérieur. Un deuxième tour sera-t-il nécessaire ?

Exercice 15

Un entreprise propose à ses ingénieurs deux types de contrat :

Type 1 :

Les primes sont versées à la fin de chaque année

1^è année : 2000 \$ puis augmentation de 10% chaque année

Type 2

Les primes sont versées à la fin de chaque semestre

1^{er} semestre 2500 \$, puis augmentation 150 \$ chaque semestre

Quel est le contrat le plus avantageux si un ingénieur envisage d'y travailler pendant 15 ans ?

Exercice 16

Une balle élastique tombe d'une tour de 63 m de haut. A chaque rebond, la balle remonte exactement d'un dixième de sa hauteur de chute.
Quelle sera la distance totale parcourue par la balle avant de s'arrêter au sol ?

Exercice 17

Trouver une fraction irréductible égale $q = 37,37373737\dots$ (les chiffres 3 et 7 se répètent indéfiniment). Indication: Ecrire q comme limite de la somme d'une suite géométrique.

Exercice 18

Un étudiant veut louer une chambre pour deux ans. On lui propose deux types de bail :
1° contrat de bail : un loyer de 1000F pour le premier mois puis une augmentation de 25 F par mois jusqu'à la fin du bail.

2° contrat de bail : un loyer de 1000F pour le premier mois puis une augmentation de 2% par mois jusqu'à la fin du bail.

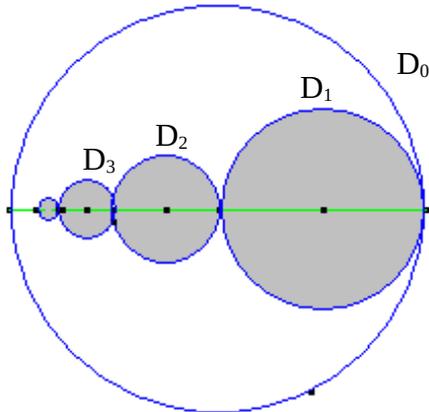
- a) Quel sera dans chaque cas le loyer du dernier mois?
- b) Quel est le contrat le plus avantageux pour l'étudiant?

Exercice 19

On construit une suite de disques tangents $(D_n)_{n>0}$ suivant le principe de la figure ci-après : - Le disque D_0 a pour rayon $R_0=1$

- Le disque D_n a pour rayon R_n égal à la moitié de R_{n-1} ($n \geq 1$)

On colorie les disques D_n pour tout $n \geq 1$. On suppose que l'on peut continuer la construction indéfiniment.



- 1.- Montrer que tous les disques D_n sont intérieurs à D_0 .
- 2.- Quelle est l'aire du domaine colorié?

On rappelle que l'aire d'un cercle de rayon R est πR^2 .