Suites numériques réelles : série n°1

Exercice 1

(u_n) est une suite arithmétique de raison r et de premier terme u_0

1°) a) Exprimer u_1, u_2, u_3 et u_4 en fonction de u_0 et r

b) Exprimer u_n en fonction de u_0, n et r

c) Exprimer u_p en fonction de u_0, p et r

d) Exprimer u_n en fonction de u_p, $(n-p)$ et r

Exercice 2

u_p est un terme quelconque de la suite arithmétique (u_n) de raison $r \in IR$

1) Effectuer l'addition suivante : ($p < n \in IN$)

$$\left.\begin{array}{rl} u_p = & u_p \\ u_{p+1} = & u_p + r \\ u_{p+2} = & u_p + 2r \\ u_{p+3} = & u_p + 3r \\ \vdots & \vdots \\ u_n = u_{p+(n-p)} = & u_p + (n-p)r \end{array}\right\}(n-p+1)$$

$$\sum_{k=p}^{n} u_k = u_{p+\cdots+u_n} = \quad (n-p+1)u_p + r(1+2+\cdots+(n-p))$$

2) Puis compléter la démonstration suivante :

$$\sum_{k=p}^{n} u_k = (n-p+1)u_p + r\frac{(n-p)(......................)}{2}$$

$$= (n-p+1)\left[\frac{2u_p + (n-p)r}{2}\right]$$

$$= (n-p+1)\left[\frac{u_{p+}\left(u_p + (n-p)r\right)}{2}\right]$$

Finalement :

$$\boxed{\sum_{k=p}^{n} u_k = u_p + \cdots + u_n = (n-p+1)\frac{......+......}{2}}$$

Et en particulier : $\boxed{\sum_{k=0}^{n} u_k = u_0 + \cdots + u_n = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots}$

Exercice 3

(u_n) est une suite géométrique de raison q et de premier terme u_0

a) Exprimer u_1, u_2, u_3 et u_4 en fonction de q et u_0

b) Exprimer u_n en fonction de q, n et u_0

c) Exprimer u_p en fonction de q, p et u_0

d) Exprimer u_n en fonction de q, $(n-p)$ et u_p

Exercice 4

u_p est un terme quelconque de la suite géométrique (u_n) de raison $q \in IR$

1) Effectuer l'addition suivante : ($p < n \in IN$)

$$\begin{array}{rl}
u_p = & u_p \\
u_{p+1} = & q \cdot u_p \\
u_{p+2} = & q^2 \cdot u_p \\
u_{p+3} = & q^3 \cdot u_p \\
\vdots & \vdots \\
u_n = u_{p+(n-p)} = & q^{(n-p)} \cdot u_p \\
\hline
\sum_{k=p}^{n} u_k = u_{p+\cdots+u_n} = & u_p(1+q+q^2+\cdots+q^{n-p})
\end{array}$$

2) En déduire l'expression de $\sum_{k=p}^{n} u_p = u_p + \ldots + u_n = u_p \dfrac{\ldots\ldots}{1-q}$

En particulier $\sum_{k=0}^{n} u_p = u_0 + \ldots + u_n = u_0 \dfrac{\ldots\ldots}{1-q}$

Exercice 5

On considère la suite (u_n) définie par $u_n = 5 - 2n$ pour tout $n \in IN$

1°) Calculer u_0, u_1 et u_2

2°) Démontrer que (u_n) est une suite arithmétique dont on précisera la raison

3°) Calculer la somme $S = u_0 + u_1 + \cdots + u_{100}$

Exercice 6

On considère la suite (u_n) définie par $u_n = (n+1)^2 - n^2$ pour tout $n \in IN$

1°) Calculer u_0, u_1 et u_2

2°) La suite (u_n) est-elle arithmétique ? Si oui, préciser sa raison

3°) Calculer la somme $S = 1 + 3 + 5 + \cdots + 195 + 197 + 199$

Exercice 7

1°) Montrer que la suite (u_n) définie par $u_n = 3 \cdot \dfrac{2^n}{5^{n+1}}$ est une suite géométrique de raison q à déterminer.

2°) Montrer que la suite (v_n) définie par $v_n = 2 \cdot \dfrac{3^{n+1}}{4^{n-2}}$ est une suite géométrique de raison q à déterminer.

Exercice 8

La suite (u_n) est arithmétique de raison $r = 8$. On sait que $u_{100} = 650$

Que vaut u_0 ?

Exercice 9

Dans chacun des cas suivants, Calculer la raison r et le premier terme u_0 de la suite arithmétique (u_n)

1°) $u_1 = 2$ et $u_3 = 10$

2°) $u_2 + u_3 + u_4 = 9$ et $u_6 = 9$

3°) $u_1 - u_3 = 4$ et $u_2 + u_4 = -10$

Exercice 22

(u_n) est une suite géométrique à termes positifs vérifiant : $\begin{cases} u_2 \cdot u_4 = 1 \\ u_2 + u_4 = \dfrac{5}{2} \end{cases}$

1°) Trouver les termes u_2 et u_4 de cette suite

2°) Donner la raison q de cette suite ainsi que son premier terme u_0

3°) Donner l'expression explicite de u_n