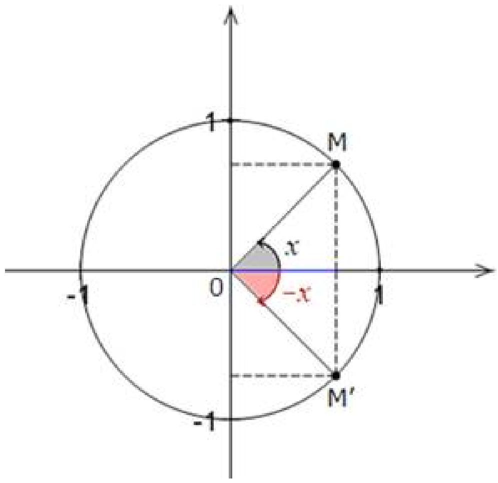
TRIGONOMÉTRIE : Angles associés

1. Ligne trigonométriques des angles associés

1.1 Lignes trigonométriques de x et – x

Considérons les points M et M' sur le cercle trigonométrique tels que les mesures des angles $\widehat{IOM}$ et $\widehat{IOM'}$ sont respectivement *x* et –*x*.

Ces deux points sont symétriques par rapport à l'axe des abscisses, donc ils ont même abscisse mais d'ordonnées opposées.



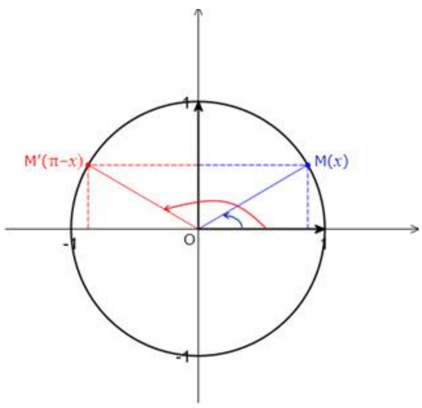
D'où les relations:

cos(-x) = cos x et sin (-x) = - sin x

1.2 Lignes trigonométriques de x et π – x

Considérons les points M et M' sur le cercle trigonométrique tels que les mesures des angles $\widehat{IOM}$ et $\widehat{IOM'}$ sont respectivement *x* et π–*x*.

Ces deux points sont symétriques par rapport à l'axe des ordonnées, donc ils ont même ordonnées mais d'abscisses opposées



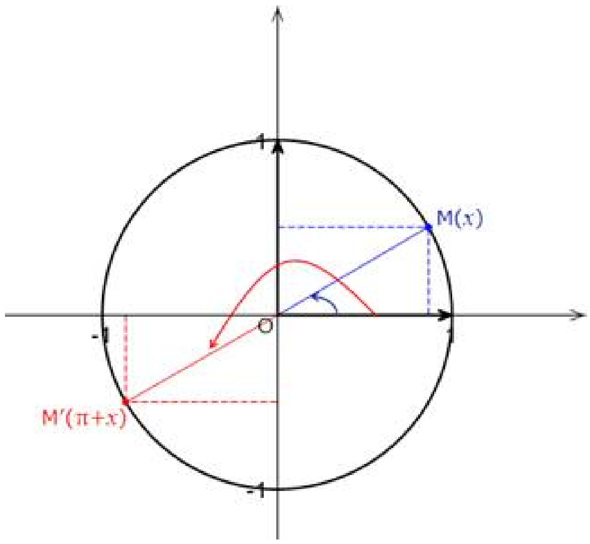
D'où les relations:

$\cos(\pi - x) = -\cos x$ et $\sin(\pi - x) = \sin x$

1.3 Lignes trigonométriques de x et π + x

Considérons les points M et M' sur le cercle trigonométrique tels que les mesures des angles $\widehat{IOM}$ et $\widehat{IOM'}$ sont respectivement x et $\pi + x$.

Ces deux points sont symétriques par rapport à l'origine, donc leur coordonnées sont opposées



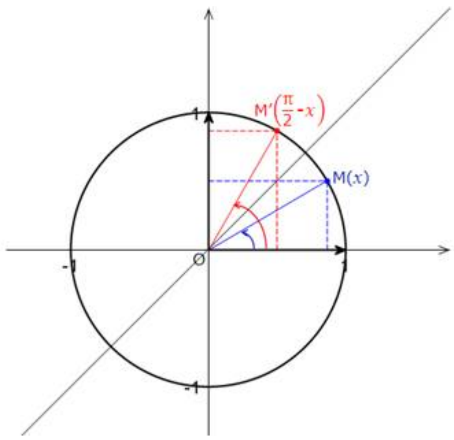
D'où les relations:

$\cos(\pi + x) = -\cos x$ et $\sin(\pi + x) = -\sin x$

1.4 Lignes trigonométriques de x et $\frac{\pi}{2} - x$

Considérons les points M et M' sur le cercle trigonométrique tels que les mesures des angles $\widehat{IOM}$ et $\widehat{IOM'}$ sont respectivement x et $\frac{\pi}{2} - x$.

Ces deux points sont symétriques par rapport à la première bissectrice , donc l'abscisse de l'un est l'ordonnée de l'autre et vice versa.



D'où les relations:

$\cos(\frac{\pi}{2} - x) = \sin x$ et $\sin(\frac{\pi}{2} - x) = \cos x$

En résumé :

Pour tout réel quelconque x :

Mesure en radians de l'angle	$-x$	$\pi - x$
Cosinus	$\cos(-x) = \cos(x)$	$\cos(\pi - x) = -\cos(x)$
Sinus	$\sin(-x) = -\sin(x)$	$\sin(\pi - x) = \sin(x)$

Mesure en radians de l'angle	$x + \pi$	$\frac{\pi}{2} - x$
Cosinus	$\cos(x + \pi) = -\cos(x)$	$\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin(x)$
Sinus	$\sin(x + \pi) = -\sin(x)$	$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos(x)$

2. Exemples

2.1 Résolutions d'équations trigonométriques

- Résoudre dans IR $\sin x = \frac{1}{2}$ $\pi \leq x \leq 2\pi$, en déduire $\cos x$
- Donner les lignes trigonométriques de $\frac{-2\pi}{3}$

2.2 Angles remarquables de] - π ; π]

On peut les résumer dans un tableau qu'on complétera sous forme d'activité

Angle	$\frac{-5\pi}{6}$	$\frac{-3\pi}{4}$	$\frac{-2\pi}{3}$	$\frac{-\pi}{2}$	$\frac{-\pi}{3}$	$\frac{-\pi}{4}$	$\frac{-\pi}{6}$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$
cos													
sin													