

## MOUVEMENT D'UN SOLIDE

Source: **Lydie Germain**, Lycée Clémenceau de Reims <http://fizik.chimie.lycee.free.fr>

**Objectifs :**

- Savoir que le vecteur vitesse  $\mathbf{V}$  est le même pour tous les points d'un solide en translation
- Savoir que chaque point d'un solide en rotation autour d'un axe fixe a une trajectoire circulaire.
- Pour un solide en rotation autour d'un axe fixe, relier la vitesse d'un point à la vitesse angulaire

*sur un enregistrement réalisé ou donné, déterminer et représenter le vecteur vitesse  $\mathbf{V}$  d'un point mobile.*

### Étude du mouvement d'un point

#### Référentiels et repères

La description d'un mouvement dépend du référentiel dans lequel on se place; le référentiel est le corps par rapport auquel le mouvement est étudié.

Un référentiel est constitué:

- d'un solide de référence
- d'un repère (système d'axes est lié au référentiel)
- d'un repère de date.

#### Repérage d'un point

##### Déplacement d'un point dans un plan:

On choisit un repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  orthonormé. La position du point est alors déterminée par son abscisse  $x$  et son ordonnée  $y$ .

##### Déplacement d'un point dans l'espace:

On choisit un repère  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  orthonormé. La position du point est alors déterminée par ses trois coordonnées  $x$ ,  $y$  et  $z$ .

##### Repérage de temps

La date à laquelle un objet passe en une position est connue si l'on se donne un repère de temps.

Il faut donc fixer une origine des dates (instant pour lequel  $t = 0$ ).

La date est un instant.

Une durée est un intervalle de temps séparant deux dates.

Dates et durées s'expriment en secondes dans le SI.

#### Trajectoire

La trajectoire d'un point est l'ensemble des positions successives occupées par ce point au cours du mouvement.

La trajectoire dépend du référentiel.

#### Solides

Un système matériel est un objet ou un groupe d'objet que l'on sépare arbitrairement de son environnement pour l'étudier.

Un système matériel est indéformable si la distance entre deux quelconques de ses points reste constante au cours du temps.

Un système matériel indéformable est appelé solide.

Un objet peut être assimilé à un point matériel si ses dimensions peuvent être considérées comme négligeables à l'échelle du problème que l'on veut résoudre.

**Le centre d'inertie d'un solide**

L'étude dans le référentiel terrestre de mouvements de solides montre qu'il existe, pour chaque solide un point dont le mouvement est plus simple. Ce point est le centre d'inertie du solide, noté G.

Le centre d'inertie est confondu au centre de gravité.

Pour un solide homogène, le centre d'inertie est le centre géométrique du solide.

Le centre d'inertie constitue le barycentre de tous les points du solide affecté de leurs masses.

**Vitesse d'un point**

**Vitesse moyenne**

La vitesse moyenne  $v_m$  d'un point mobile est le quotient de la longueur L de son parcours par la durée  $\Delta t$  correspondante.

$v_m = \frac{L}{(t_2 - t_1)} = \frac{L}{\Delta t}$	$v_m$ : vitesse moyenne en $m.s^{-1}$ L: distance en m $\Delta t = t_2 - t_1$ : durée du parcours en s.
--	---

**La valeur de la vitesse moyenne dépend du référentiel d'étude.**

**Vitesse instantanée**

La vitesse instantanée d'un point mobile à la date t est approximativement égale à la vitesse moyenne de ce point calculée entre deux instants voisins encadrant la date t.

$$v_2 = \frac{M_1M_3}{t_3 - t_1}$$

On peut confondre la longueur de l'arc  $M_1M_3$  avec celle du segment  $M_1M_3$  si l'intervalle de temps est très petit.

**Vecteur vitesse**

A chaque instant, le mouvement d'un point a une direction, un sens et sa vitesse instantanée a une certaine valeur.

On définit donc un vecteur vitesse, noté  $\vec{v}$ .

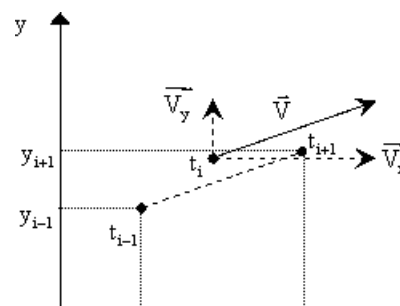
A l'instant t, le vecteur vitesse  $\vec{v}(t)$  d'un point mobile M a pour caractéristique:

- Direction: la tangente à la trajectoire à la date t
- Sens: celui du déplacement sur la trajectoire
- Valeur: valeur de la vitesse instantanée à la date t.

Représentation du vecteur vitesse:

Le vecteur vitesse à la date t est représenté par un segment fléché dont:

- L'origine est la position du point mobile à la date t
- Le sens celui du mouvement du point mobile
- La longueur est proportionnelle à la valeur de la vitesse V.



**Décomposition du vecteur vitesse**

Dans un repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ :  $\vec{V} = V_x \vec{i} + V_y \vec{j}$

Suivant l'axe Ox:  $V_x(t_i) = \frac{x_{i+1} - x_{i-1}}{t_{i+1} - t_{i-1}}$

Suivant l'axe Oy:  $V_y(t_i) = \frac{y_{i+1} - y_{i-1}}{t_{i+1} - t_{i-1}}$

Détermination de la valeur de la vitesse a partir de  $V_x$  et  $V_y$ :  $V(t_i) = \sqrt{V_x(t_i)^2 + V_y(t_i)^2}$

### Vitesse et mouvement d'un solide

#### Solide en translation

Un solide est en mouvement de translation si tout segment liant deux points du solide reste parallèle à lui-même au cours du mouvement.

Si tous les points du solide ont pour trajectoire une droite, on dit que le solide est animé d'un mouvement de translation rectiligne.

Si tous les points du solide ont pour trajectoire des courbes superposables, on dit que le solide est animé d'un mouvement de translation curviligne.

Si tous les points du solide ont pour trajectoire des cercles superposables, on dit que le solide est animé d'un mouvement de translation circulaire.

Tous les points d'un solide en translation ont, à chaque instant le même vecteur vitesse  $\vec{v}(t)$  : c'est le vecteur vitesse du solide.

Si la valeur du vecteur vitesse est constante, on dit que le solide est animé d'un mouvement uniforme.

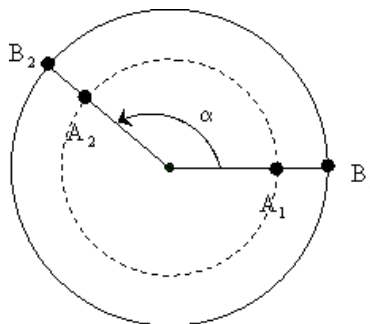
#### Solide en rotation autour d'un axe fixe

Un solide est en mouvement de rotation autour d'un axe fixe si:

- tous les points du solide situés sur l'axe de rotation sont immobiles
- tous les autres points du solide décrivent des arcs de cercle centrés sur l'axe de rotation.

Donc chaque point d'un solide en rotation autour d'un axe fixe a une trajectoire circulaire.

#### Vitesse d'un solide en rotation



Au cours d'une rotation, plus un point du solide est éloigné de l'axe de rotation, plus la longueur de l'arc qu'il décrit, est grande: les points du solide n'ont pas la même vitesse.

Par contre, l'angle  $\alpha$  décrit entre deux instants donnés est le même pour tous les points du solide: c'est l'angle de rotation du solide.

On utilise donc la vitesse angulaire  $\omega$  qui est la même pour tous les points du solide en rotation et qui est donc la vitesse angulaire du solide en rotation.

**Vitesse angulaire entre deux instants  $t_1$  et  $t_2$  est:**

$\omega = \frac{\alpha}{t_2 - t_1} = \frac{\alpha}{\Delta t}$	<p><b>Avec: <math>\omega</math> la vitesse angulaire en <math>\text{rad.s}^{-1}</math></b>  <b><math>\alpha</math> l'angle de rotation du solide en rad</b>  <b><math>\Delta t</math> la durée du parcours en s</b></p>
---	---

**Relation entre vitesse et vitesse angulaire:**

Pour un point M d'un solide en rotation autour d'un axe fixe, situé à une distance R de l'axe de rotation, la distance parcourue pendant une durée  $\Delta t = t_2 - t_1$  est  $L = R\alpha$ .

Donc  $v = \frac{L}{\Delta t} = \frac{R\alpha}{\Delta t}$  et comme  $\omega = \frac{\alpha}{\Delta t}$  alors  $v = R\omega$

Si  $\Delta t$  est grand, on a les vitesses moyennes, si  $\Delta t$  est petit on a les vitesses instantanées

**Période et fréquence d'un mouvement de rotation uniforme:**

Si le mouvement de rotation est uniforme ( $\omega$  est constante), le mouvement est périodique car la durée mise pour effectuer un tour est constante.

La période T d'un mouvement de rotation uniforme est égale à la durée d'un tour.

Si  $\alpha = 2\pi \text{ rad}$  (1 tr), alors  $\Delta t = T$  donc  $\omega = \frac{2\pi}{T}$  et alors  $T = \frac{2\pi}{\omega}$  avec T en s et  $\omega$  en  $\text{rad.s}^{-1}$ .

La fréquence  $f$  d'un mouvement de rotation uniforme est le nombre de période par seconde donc le nombre de tour par seconde.

$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$  ce qui donne également  $\omega = 2\pi f$  avec  $f$  en hertz (Hz).

On parle parfois de fréquence de rotation ou vitesse de rotation exprimée en  $\text{tr.s}^{-1}$  ou en  $\text{tr.min}^{-1}$  ce qui en

réalité est une vitesse angulaire. ( $1 \text{ tr.min}^{-1} = \frac{2\pi}{60} \text{ rad.s}^{-1}$  et  $1 \text{ tr.s}^{-1} = 2\pi \text{ rad.s}^{-1}$ ).