Droites parallèles et droites perpendiculaires

1. Droites parallèles

1.1 Utilisation de l'équation cartésienne

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

(D) et (D') sont deux droites d'équations respectives ax + by + c = 0 et a'x + b'y + c' = 0 .

Les droites (D) et (D') sont parallèles si, et seulement si un vecteur directeur de (D) est colinéaire à un vecteur directeur de (D').

Un vecteur directeur de (D) est $\vec{u}\begin{pmatrix}-b\\a\end{pmatrix}$, et un vecteur directeur de (D') est $\vec{u}'\begin{pmatrix}-b'\\a'\end{pmatrix}$.

$\vec{u}$ et $\vec{u}$ sont colinéaires si (-b')a -a(-b) = 0

Finalement : ab' - a'b = 0

Les droites (D) et (D') d'équations respectives ax + by + c = 0 et a'x + b'y + c' = 0 sont parallèles , si et seulement si, ab' - a'b = 0

1.2 Exemples

1. Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$

(D) : 2x – 3y + 1 = 0

(D') : -x + $\frac{3}{2}y$ + 1 = 0

ici a = 2, b = -3, a' = -1, b' = $\frac{3}{2}$; alors ab' - a'b = 2. $\frac{3}{2}$ - (-1)(-3) = 0 . (D) et (D') sont parallèles .

Vérification avec Géogebra :

(1) Saisir l'équation de (D), puis valider.

(2) Saisir l'équation de (D'), puis valider.

2. Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$

(D) : x + y + 1 = 0

(D') : 3x + y + 1 = 0

Ici, ab' - a'b = -2 , (D) et (D') sont sécantes .

1.3 Utilisation de l'équation réduite

Si (D) et (D') sont les droites dont les équations réduites sont y = ax + b et y = mx + p, on a ax -y + b = 0 et mx – y + p = 0 .

Les droites (D) et (D') sont parallèles si, et seulement si a(-1) – m(-1) = 0 Ce qui donne a = m

Les droites d'équations réduites y = ax + b et y = mx + p sont parallèles si a = m .

2. Droites orthogonales

2.1 Utilisation de l'équation cartésienne

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

(D) et (D') sont deux droites d'équations respectives ax + by + c = 0 et a'x + b'y + c' = 0 .

Les droites (D) et (D') sont perpendiculaires si, et seulement si un vecteur directeur de (D) est orthogonal à un vecteur directeur de (D').

Un vecteur directeur de (D) est $\vec{u}\begin{pmatrix}-b\\a\end{pmatrix}$, et un vecteur directeur de (D') est $\vec{u}'\begin{pmatrix}-b'\\a'\end{pmatrix}$.

$\vec{u}$ et $\vec{u}$ sont orthogonaux si aa' + bb' = 0 .

Les droites (D) et (D') d'équations respectives ax + by + c = 0 et a'x + b'y + c' = 0 sont perpendiculaires , si et seulement si, aa' + bb' = 0

2.2 Exemple

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

(D):2x + y = 0

(D') : -x +2y + 1 = 0

ici a = 2, b = 1, a' = -1, b' = 2 ; d'où aa' + bb' = 0 par conséquent (D) et (D') sont perpendiculaires

2.3 Utilisation de l'équation réduite

Si (D) et (D') sont les droites dont les équations réduites sont y = ax + b et y = mx + p, on a ax -y + b = 0 et mx – y + p = 0 .

(D) et (D') sont perpendiculaires si a.m +(-1)(-1) = 0, c'est-à-dire a.m = - 1

Les droites d'équations réduites y = ax + b et y = mx + p sont perpendiculaires si a m = -1.