(1bis) Correction des exercices sur les réactions nucléaires

1-désintégration du radium:rappel de l'énoncé :

Le radium 226 se désintègre en émettant un noyau d'hélium, selon la réaction nucléaire:

$$^{226}_{88}\text{Ra} \rightarrow {}^{222}_{Z}\text{Rn}^{*} + {}^{A}_{2}\text{He}$$

La demi-vie du radium est : $t_{1/2}$=1620ans.

1-Déterminer A et Z.On justifiera la réponse.

Le symbole « * » indique que le noyau est à l'état excité. Quelle conséquence engendre sa désexcitation ?

Au cours d'une transformation nucléaire ,

le nombre total de nucléons et la charge totale portée par toutes les particules intervenant dans la réaction sont conservés.

Soit : 226=222+A soit **A**=226-222=**4**

88=Z+2 soit **Z**=88-2=**86**.

Remarque :86 est bien le numéro atomique du radon (ce qui confirme l'écriture du bilan ci-dessus).

Dans l'état excité le noyau fils (le radon) se trouve dans un niveau d'énergie supérieur à son niveau fondamental , il en résulte une désexcitation (retour au niveau fondamental du noyau). L'énergie libérée par le noyau est compensée par l'émission de rayonnement γ.

2-Le radium $^{226}_{88}\text{Ra}$ est un élément radioactif qui, par désintégrations successives de type α et β^-,conduit à un isotope stable du plomb $^{206}_{82}\text{Pb}$.

Déterminer le nombre de désintégrations de type **α** et celui de type **β^-** pour le passage du nucléide $^{226}_{88}\text{Ra}$ au nucléide $^{206}_{82}\text{Pb}$.

Soient x le nombre de désintégrations α et y le nombre de désintégrations β-.

Le bilan de l'ensemble des x transformations α et des y transformations β^- peut s'écrire:

$$^{226}_{88}\text{Ra} \rightarrow {}^{206}_{82}\text{Pb} + x.({}^{4}_{2}\text{He}) + y.({}^{0}_{-1}\text{e})$$

Les lois de conservation permettent d'écrire :

$$\begin{Bmatrix} 226 = 206 + 4x \\ 88 = 82 + 2x - y \end{Bmatrix}$$

soit x=5 (5 désintégrations α) et y=4 (4 désintégrations β-).

3-Soit N(t) la population d'un échantillon de radium 226 à la date t et N_o la population à t=0.

Établir l'expression de la loi d'évolution de N(t).

La désintégration entre t et +dt est proportionnelle au nombre de noyaux N non désintégrés et à la durée dt.

Soit:

$$dN = -\lambda . N . dt$$

(le signe «-» signifie qu'il s'agit d'une diminution de N)
λ dépendant du nucléide considéré s'appelle « **constante radioactive** »

On obtient l'équation différentielle de l'évolution :

$$\boxed{\frac{dN}{dt} + \lambda . N = 0}$$

En intégrant entre t=0 et la date t :

$$\int_{N_0}^{N} \frac{dN}{N} = -\lambda \int_{t=0}^{t} dt$$

d'où, après intégration:

$$\ln \frac{N}{N_0} = -\lambda . t \Rightarrow N = N_0 . \exp(-\lambda t)$$

4-Évaluer l'activité de 1 gramme de radium 226.

L'activité a pour expression : $$\boxed{A(t) = \frac{-dN}{dt} = +\lambda . N(t)}$$

Déterminons la relation entre la constante radioactive λ et la demi-vie $t_{1/2}$.

Posons $t=t_{1/2}$, alors $N=N_o/2$,

L'expression de N devient :

$$\frac{N_o}{2} = N_{o.} \exp(-\lambda t_{1/2}) \Rightarrow \ln\left(\frac{1}{2}\right) = -\lambda t_{1/2} \Rightarrow \ln 2 = +\lambda t_{1/2}$$

et finalement :

$$\boxed{\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}}$$

Déterminons N(t) (nombre de noyaux à la date t) :

Il faut exprimer ce nombre en fonction de la masse m= 1g de l'échantillon :

$$N(t) = n(t) . N_A = \frac{m(t)}{M} . N_A = \frac{1}{226} .6{,}02.10^{23} = 2{,}66.10^{21} \text{noyaux}$$

n(t) désigne la quantité (mol) de radium non désintégrée à la date t

N_A est le nombre de noyaux par mole (nombre d'Avogadro)

M est la masse molaire du noyau ($g.mol^{-1}$).

Calcul de l'activité :

choix de l'unité d'activité : l'unité SI=le becquerel (1Bq=1s^{-1})

$$A=\frac{\ln 2}{t_{1/2}}.N(t)=(\frac{\ln 2}{1620.365.24,3600(s)}).2,66.10^{21}=3,6.10^{10}Bq$$

2-Energie de liaison et transmutation artificielle de Rutherford avec rappel énoncé :

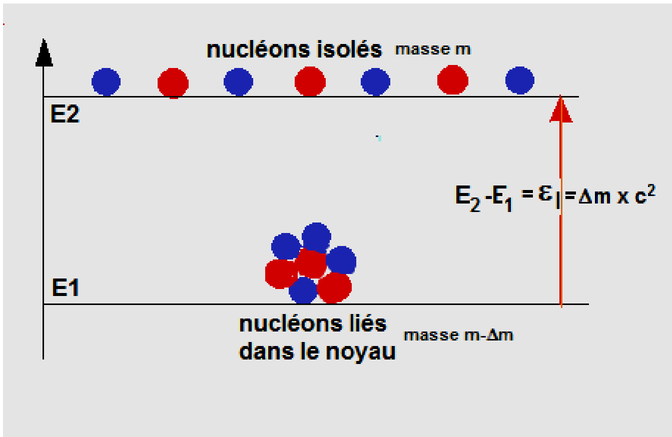
noyau	$^{7}_{3}Li$	$^{1}_{1}H$	$^{4}_{2}He$	$^{14}_{7}N$	$^{17}_{8}O$	$^{1}_{0}n$
Masse (en u)	7,0158	1,0073	4,0015	14,0031	16,9991	1,0087

1-Définir l'énergie de liaison du lithium : $^{7}_{3}\mathbf{Li}$ et calculer sa valeur en MeV.

En déduire la valeur de l'énergie par nucléon de ce noyau.

L'énergie de liaison ε_l est celle qu'il faut fournir au noyau pour le rompre et le séparer de tous ces nucléons considérés au repos. Cette énergie est évaluée par la relation d'Einstein :

$$\varepsilon_l=\Delta \mathbf{m}.\mathbf{c}^2$$



Δ m (appelé «défaut de masse») est la variation de masse du système au cours de la transformation. Calculons celle-ci en unité de masse atomique:

(Si l'on considère la variation de masse entre l'état E_2 et l'état E1 , celle -ci est négative :Δm<0. En effet,la masse du système **diminue** lors de la formation du noyau à partir de ses constituants. Par contre dans le sens E_1 vers E_2, Δm>0. Nous allons considérer Δm>0 pour ce calcul.)

$$\Delta m=(Z.m_p+(A-Z).m_N-m_{(^7_3Li)})=(3x1,0073+4x1,0087-7,0158)u=0,0409u$$

Z=n°atomique (ou nbre de protons de l'élément); **A**=nbre de masse (ou nbre de nucléons) ; **m$_p$**=masse proton **m$_n$**=masse neutron .

L'énergie de liaison correspondante à cette perte de masse est:

$$\varepsilon_l = 0{,}0409.(u).c^2 = 0{,}0409 \times (931\,MeV.c^{-2}).c^2 = 38{,}078\,MeV$$

Évaluons maintenant l'énergie de liaison par nucléon de ce noyau.

$$\frac{\varepsilon_l}{A} = \frac{38{,}078}{7} = 5{,}44\,MeV/nucléon.$$

Cette grandeur caractérise **la stabilité** du nucléide

2-Des noyaux de lithium ^7_3Li sont bombardés par des protons. On obtient seulement des particules α .

a- Ecrire l'équation de la réaction nucléaire en énonçant les lois utilisées.

b-On détecte, en plus des particules α, un rayonnement γ . Expliquer l'origine de ce rayonnement.

c-Déterminer l'énergie libérée par la réaction nucléaire, en précisant sous quelle forme apparaît cette énergie.

d-Comparer les énergies de liaison par nucléon de la particule α et du noyau de lithium . Quelle conséquence peut-on en déduire.

a-l'équation s'écrit :

$$^1_1\mathbf{H} + ^7_3\mathbf{Li} \rightarrow \mathbf{x}.(^4_2\mathbf{He})$$

La conservation du nombre de nucléons et la conservation de la charge permettent d'écrire :
1 + 7 =4.x et 1 +3=2.x soit x=2 pour les 2 équations
Soit l'écriture finale :

$$^1_1\mathbf{H} + ^7_3\mathbf{Li} \rightarrow 2.(^4_2\mathbf{He})$$

b-L'émission de rayons γ résulte de la désexcitation des noyaux d'hélium.

c-L'énergie libérée est donnée par la relation d'Einstein :

$$\varepsilon_l = \Delta m.c^2$$

avec $$\Delta m = -2m(^4_2He) + m(^1_1H) + m(^7_3Li)$$

soit numériquement :

$$\Delta m = (-2 \times 4{,}0015 + 1{,}0073 + 7{,}0158) = \mathbf{0{,}021u}$$

L'énergie libérée correspondante est :

$$\varepsilon_l = 0{,}021 \times c^2 \times 931 MeV.c^{-2}. = \mathbf{18{,}7MeV}$$

Cette énergie est communiquée aux particules α (noyaux d'hélium) sous la forme d'énergie cinétique.

d-Calcul de l'énergie de liaison par nucléon du noyau d'hélium (particule α):

La variation de masse lors de la formation du noyau à partir des nucléons est :

$$\Delta\mathbf{m}=\mathbf{m}({}^4_2\mathbf{He})-2\mathbf{m}({}^1_1\mathbf{H})-2\mathbf{m}({}^1_0\mathbf{n})$$

soit, en unité de masse atomique :

Δm=4,0015-2.1,0073-2.1,0087=**-0,0305u** (la masse diminue)

(On peut aussi écrire comme précédemment : « perte de masse=0,0305u » sans se préoccuper du signe)

soit : $\varepsilon_l = 0{,}0305\,\text{ux}c^2 * 931\,\text{MeV}.c^{-2} = 28{,}4\,\text{MeV}$

L'énergie par nucléon : 28,4/4=**7,1MeV/nucléon**.(valeur à comparer à 5,44MeV/nucléon pour le lithium).

Le nucléide ${}^4_2He$ est **donc plus stable** que le nucléide ${}^7_3Li$.

3-Les particules α précédentes sont utilisées pour transformer des noyaux d'azote ${}^{14}_7N$ immobiles en des noyaux d'oxygène ${}^{17}_8O$.

a- Écrire l'équation de cette réaction , en précisant quel autre noyau apparaît.

b-Déterminer la variation de masse au cours de cette réaction. Conclure.

a-équation de la réaction :

$${}^4_2\text{He}+{}^{14}_7\text{N}\rightarrow{}^{17}_8\text{O}+{}^y_x\text{X}$$

utilisons les lois de conservation :

-conservation du nombre de nucléons : 4+14=17+y et donc y=1.

-conservation de la charge : 7+2=x+8 et donc x=1

Il y a donc formation de protons ${}^1_1H$ au cours de cette réaction,soit :

$${}^4_2\text{He}+{}^{14}_7\text{N}\rightarrow{}^{17}_8\text{O}+{}^1_1\text{H}$$

b-variation de masse :

Δm=masse finale -masse initiale :

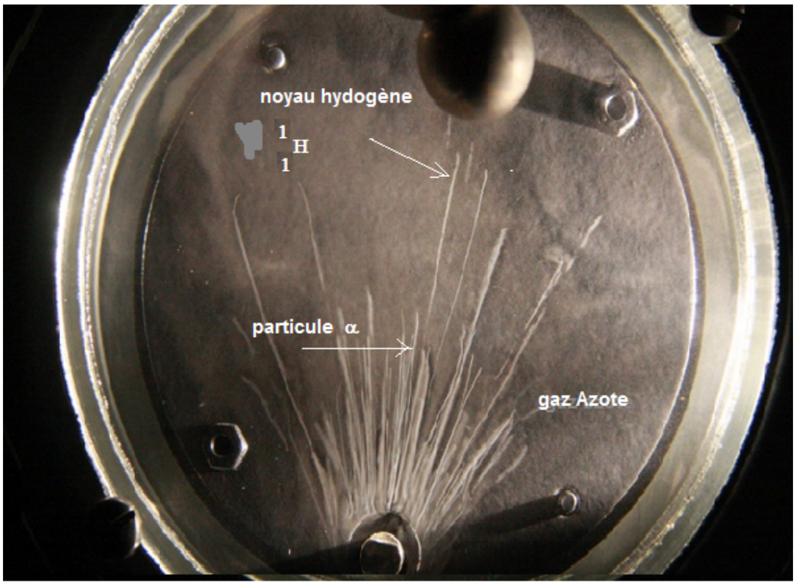
Δm=16,991+1,0073-14,0031-4,0015=**-0,0063u**

Conclusion:cette variation négative de la masse (perte de masse) implique une libération d'énergie :

Δε=-0,0063x931=**-5,8MeV**

Cette énergie est communiquée aux protons sous la forme d'énergie cinétique.

C'est ce que nous pouvons observer sur l'image suivante (chambre à brouillard de Wilson):.

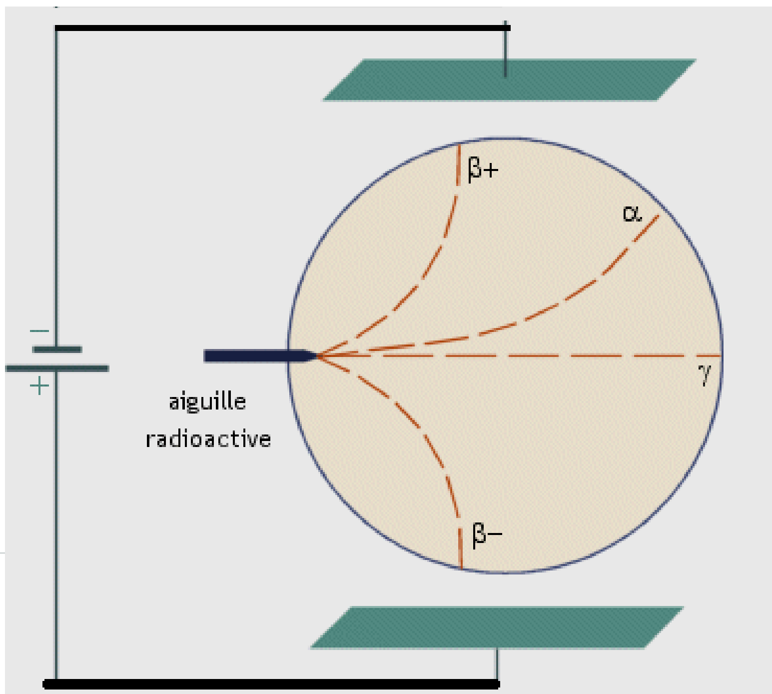


Complément:principe de fonctionnement d'une chambre de Wilson.

La photo ci-dessus montre le dispositif appelé « chambre à brouillard »

Celle-ci (en vue de dessus sur la photo) permet de visualiser certaines particules . La chambre est reliée à un piston qui crée une détente et donc un refroidissement dans l'enceinte. Les traces blanches observées sont constituées de gouttelettes d'eau ou d'alcool qui se sont condensées au passage d'une particule nucléaire au moment de la détente.

Les particules α pénètrent dans la chambre contenant de l'azote sous forme de gaz. Certaines particules α ne réagissent pas et laissent une trace courte mais dense. Les traces plus longues sont celles des protons produits par la réaction nucléaire . Ils ont un masse beaucoup plus faible et donc se déplacent plus vite et plus loin dans la chambre. Ce type de chambre a été conçue par Wilson en 1915 pour observer les particules α,β-.β+



La chambre ci-dessous permet de séparer les particules selon leur charge par un champ électrique.