Oscillations électriques libres

1. Représentation de Fresnel

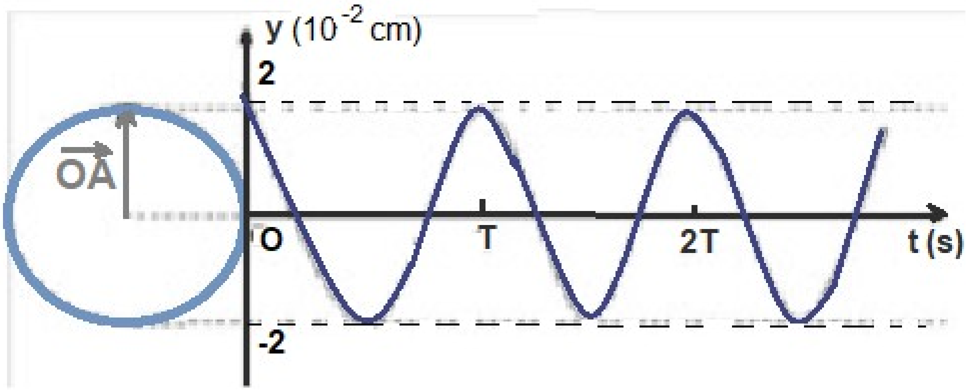
A toute fonction sinusoïdale $y = a \sin(\omega t + \varphi)$, on associe un vecteur tournant de longueur a, faisant un angle φ avec l'axe des phases à l'instant t = o et qui tourne dans le sens trigonométrique autour de son origine O avec une vitesse angulaire constante ω.

À l'instant t = o , $\overrightarrow{OA}$ est appelé « vecteur de Fresnel ».

A tout mouvement circulaire uniforme, on peut faire correspondre un mouvement rectiligne sinusoïdal et inversement.

Exemple: $y = 2.10^{-2}\sin(10\pi t + \pi/2)$

Échelle: 1cm pour 10^{-2}cm 1cm pour T/4 = 0,05s



1.1 Différence de phase

Soient deux fonctions sinusoïdales de même période:

$y_1 = a_1 \sin(\omega t + \varphi_1)$ de vecteur de Fresnel φ_1

$y_2 = a_2 \sin(\omega t + \varphi_2)$ de vecteur de Fresnel φ_2

Le déphasage $|\Delta\varphi|$ est donné par: **$|\Delta\varphi| = |\varphi_2 - \varphi_1|$**

Cas particuliers:

- Si $\Delta\varphi = 2k\pi$, y_1 et y_2 sont en phase (ou en concordance de phase)

- Si $\Delta\varphi = (2k + 1)\pi$, y_1 et y_2 sont en opposition de phase

- Si $\Delta \varphi = (2k + 1)$, y_1 et y_2 sont en quadrature de phase.

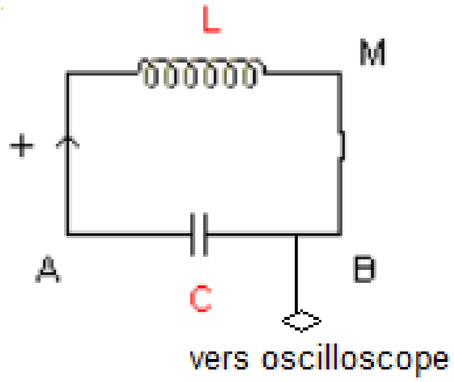
1.2 Décalage horaire

$$\boxed{\theta = \frac{|\Delta\varphi|}{\omega} = |\Delta\varphi| \frac{T}{2\pi}}$$

2. Oscillations électriques libres non amorties d'un circuit (L,C) résistance nulle

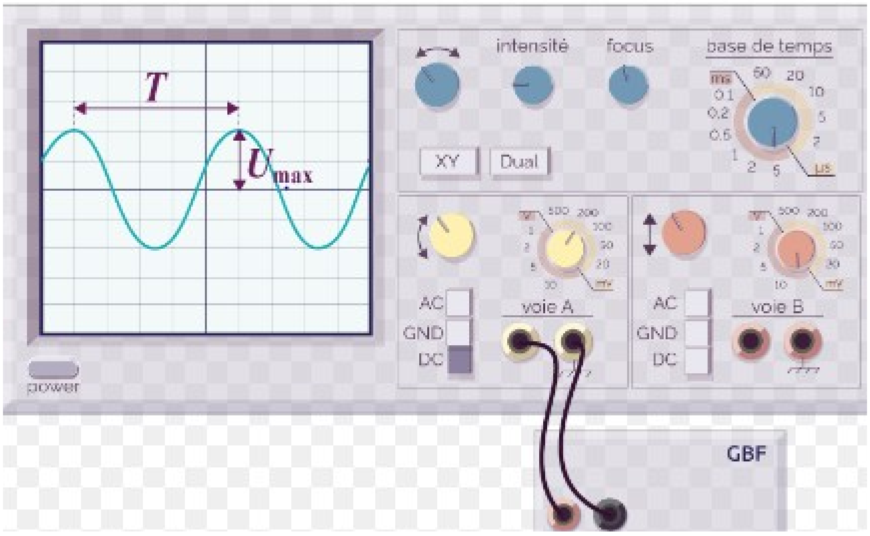
2.1 Expérience

Le montage suivant constitue un oscillateur électrique L, C. En l'absence de résistance on dit que l'oscillateur est non amorti. Etudions ce qui se passe lorsque, après avoir chargé le condensateur, on le relie à la bobine d'inductance L. Les points A et B sont reliés aux bornes d'un oscilloscope qui mesure la tension $u = u_{AB}$.



2.2 Observations

On observe sur l'écran de l'oscilloscope la fonction sinusoïdale de temps de la tension $u = u_{AB}$.



2.3 Interprétations

Le condensateur chargé se décharge dans la bobine inductive.

On appelle oscillation électrique libre, une oscillation des électrons autour de la position d'équilibre moyenne.

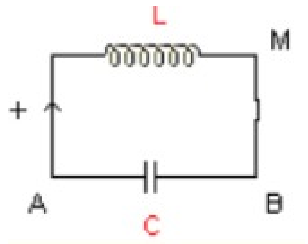
2.4 Équation différentielle

L'armature A porte la charge Q_{max} positive, l'armature B porte la charge – Q_{max}.

L'énergie potentielle initialement stockée par le condensateur sous forme électrostatique est :

$$W_{AB}=\frac{1}{2}\frac{Q_{max}^2}{C} \quad (1)$$

A la date t = 0, on relie le condensateur chargé à la bobine.



La loi des tensions s'écrit :

$u_{AM} + u_{MB} + u_{BA} = 0$ (maille AMBA) (2)

Exprimons ces différentes tensions :

$$u_{AM}=\frac{Ldi_{AM}}{dt} \quad ; \quad u_{MB}=0\,V \quad ; \quad u_{BA}=\frac{q_B}{C}$$

Portons ces valeurs dans l'équation (2) :

$$L\frac{di_{AM}}{dt}+0+\frac{q_B}{C}=0 \quad (\text{2bis})$$

Posons :

$$i=i_{AM}=i_{MB}=i_{BA}=\frac{dq_B}{dt}=\dot{q}_B \quad (3)$$

En dérivant (3) par rapport à t : $\frac{di_{AM}}{dt}=\frac{d^2q_B}{dt^2}$

Portons (3 bis) dans la relation (2 bis) :

$$L\frac{d^2q_B}{dt^2}+0+\frac{q_B}{C}=0 \quad (4) \quad \text{ou encore} \quad \ddot{q}_B+\omega_0^2\frac{q_B}{LC}=0 \quad (5) \quad \text{avec} \quad \omega_0^2=\frac{1}{LC} \quad (6)$$

L'équation (5) est une équation différentielle du second ordre, à coefficients constants, sans second membre.

La solution de cette équation différentielle (5) est :

$$q_B=Q_{max}\sin(\omega_0 t+\varphi) \quad (7)$$

On peut le vérifier facilement en calculant :

$$\dot{q}_B=\omega_0 Q_{max}\cos(\omega_0 t+\varphi) \quad \text{puis} \quad \ddot{q}_B=-\omega_0^2\sin(\omega_0 t+\varphi)$$

On en déduit bien que :

$$\ddot{q}_B+\omega_0^2 q_B=0 \quad (5) \quad \text{avec} \quad \omega_0^2=\frac{1}{LC} \quad (6)$$

La pulsation propre de ces oscillations électriques libres non amorties est :

$$\omega_0=\sqrt{\frac{1}{LC}} \quad (8) \quad [\text{ rad/s}]$$

ω_0 est la pulsation propre au circuit. Elle ne dépend que du circuit par L et C

La période propre est soit : $T_0=\frac{2\pi}{\omega_0}$ soit $T_0=2\pi\sqrt{LC}$ (9) [s]

La fréquence propre des oscillations est : $N_0=\frac{1}{T_0}$

L'intensité du courant électrique est : $i=i_{BA}=\frac{dq_B}{dt}=\omega_0 Q_{max}\cos(\omega_0 t+\varphi)$ (10)

Remarque : Trois constantes ω_0, Q_{max} et φ interviennent dans la solution

$q_B = Q_{max} \sin(\omega_0 t + \varphi)$ (7).

Q_{max} et φ se déterminent à partir de deux données, en général les valeurs de q_B (7) et i (10) à l'instant initial

2.5. Énergie électromagnétique du circuit (L, C)

En l'absence de résistance, l'énergie électromagnétique du circuit se conserve. Cela s'écrit :

$$E=E_{électrique}+E_{magnétique}=\frac{1}{2}Cu_{AB}^2+\frac{1}{2}Li^2=constante$$

Cette énergie, initialement stockée dans le condensateur, passe progressivement dans la bobine puis de la bobine dans le condensateur et le cycle recommence.

On peut retrouver l'équation différentielle : $L\frac{dq_B^2}{dt^2}+\frac{q_B}{C}=0$ (4)

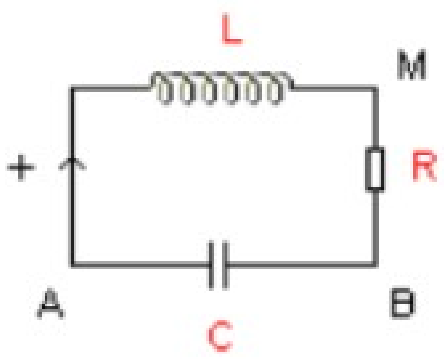
en écrivant que l'énergie électromagnétique du circuit se conserve .

Conclusion : En l'absence de résistance, les oscillations électriques libres d'un circuit L,C sont donc sinusoïdales, de période propre :

$$T_0=2\pi\sqrt{LC}$$

3. Oscillations libres amorties d'un circuit (L,C) avec résistance R

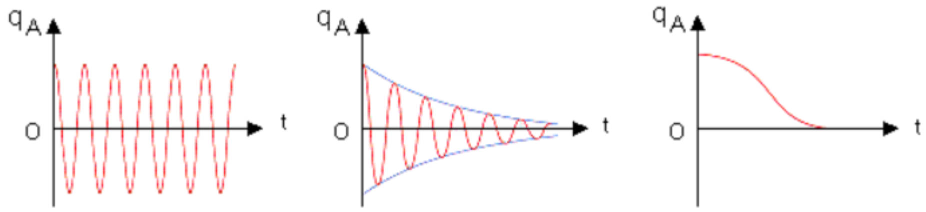
En présence de résistance R l'énergie électromagnétique stockée dans C et L diminue car elle est dissipée en chaleur dans la résistance par effet Joule.



La loi des tensions appliquée à la maille AMBA conduit à :

$$L\ddot{q}_B + R\dot{q}_B + \frac{q_B}{C} = 0 \quad (11)$$

La solution mathématique de l'équation (11) est hors programme. Seule l'allure, évidente, des courbes est à connaître :



Résistance nulle

Régime périodique

$T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$

(paragraphe 2)

Résistance faible

Régime pseudo-périodique

T_1 voisin de T_0

Résistance importante

Régime apériodique

En présence de résistance R, l'énergie électromagnétique est dissipée en chaleur. Les oscillations électriques diminuent d'amplitude ou même disparaissent.

En présence de résistance, on peut néanmoins entretenir des oscillations électriques d'amplitude constante avec un montage à amplificateur opérationnel.

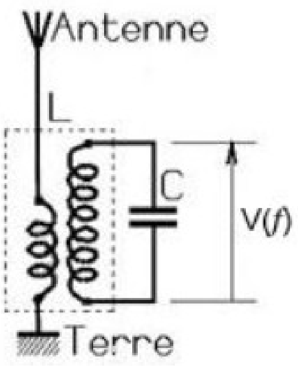
4. Le circuit (L,C) d'un récepteur radio

Un **récepteur radio** est un appareil électronique destiné à recevoir les ondes électromagnétiques émises par un émetteur radio. Sa fonction est aussi d'extraire de ces ondes les informations, qui y ont été incorporées lors de leurs émission : sons ou signaux numériques .

Un récepteur radio comporte un circuit d'accord constitué d'une bobine et d'un condensateur de capacité réglable. Quel est l'intérêt d'associer ces deux composants pour ce type d'appareil?

Ce circuit est relié à une antenne qui capte les ondes hertziennes émises par l'émetteur.Ces ondes génèrent des oscillations dans le circuit. Pour capter les émissions d'un émetteur particulier il faut « accorder » le circuit LC à l'émetteur, c'est-à-dire lui donner une fréquence propre d'oscillation égale à la fréquence de l'émetteur.

Cet accord est réalisé en modifiant la capacité du condensateur. Le bouton sélecteur de stations modifie donc la capacité du condensateur variable (comme celui représenté sur la photo au début de ce document).



En quelques mots, l'antenne reçoit les signaux issus de toutes les stations environnantes et les injecte dans le circuit gauche du transformateur. Seuls les signaux dont la fréquence sera proche de f_0 seront présent aux bornes de C. . En règle générale, L est fixe.
L est l'inductance que voit le condensateur C. C est variable est permet à l'utilisateur du poste de sélectionner la station de son choix.

Les stations de radio captées par les TSF sont réparties dans des espaces de fréquence appelés *bandes*. La gamme des ondes radio se divisent en bandes et sous bandes. Une liste de celles-ci est donnée fig.2 . La bande dite FM est la plus récente. Elle est réservée aux émissions en **modulation de fréquence**. C'est le mode qui donne les meilleurs résultats de restitution du son. Seule cette bande pouvait prétendre, jusqu'à il y a peu de temps, à une écoute en haute-fidélité (HiFi). Le nouveau procédé de codage numérique DRM vient bousculer cet état de fait.
Les 3 bandes AM sont réservées aux émissions en **modulations d'amplitude**. Elles sont apparues à l'aube de la TSF. Les stations qui émettent dans les bandes PO et surtout OC bénéficient, à la nuit tombée, d'une portée améliorée.
Les grandes ondes sont inconnues aux USA.

BANDE	S/BANDE	SIGLE	FMin	FMax
AM (*)	Grandes Ondes	GO	150KHz	525KHz
	Petites Ondes	PO	525KHz	1620KHz
	Ondes Courtes	OC	1620KHz	30MHz
FM	Modulation de fréquences	FM	87,5MHz	108MHz

(*) Modulation d'amplitude