

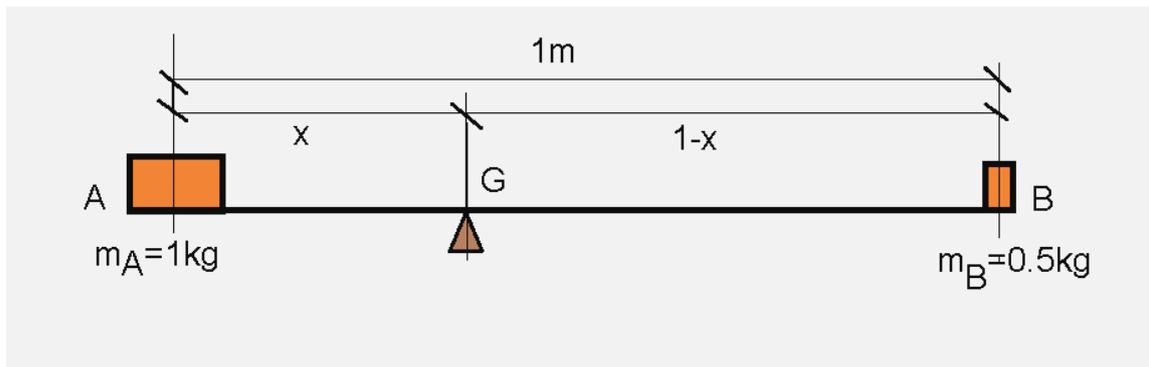
Exercices corrigés sur le centre d'inertie

1. Équilibre d'une tige

On considère deux masses m_A et m_B de dimensions très petites, placées aux extrémités d'une tige AB de masse négligeable et de longueur 1 m.

Déterminer la position du centre d'inertie de l'ensemble si $m_A = 1$ kg et $m_B = 0,5$ kg.

Correction :



Soit G le centre de gravité de l'ensemble. Appelons x , la distance de G au point A

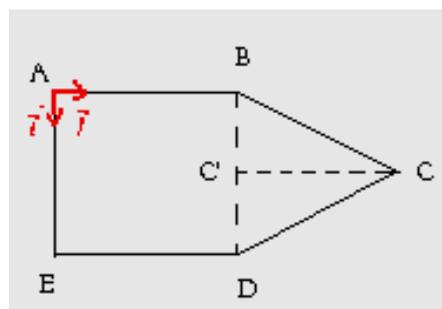
L'ensemble étant en équilibre, les moments de chaque surcharge par rapport à G doivent être identiques

Cela s'écrit : $m_A \cdot x = m_B \cdot (1-x)$ soit : $1 \cdot x = 0,5 \cdot (1-x)$ et donc : $1,5 \cdot x = 0,5$; $x = 0,5/1,5 = 1/3 = 0,33\text{m}$

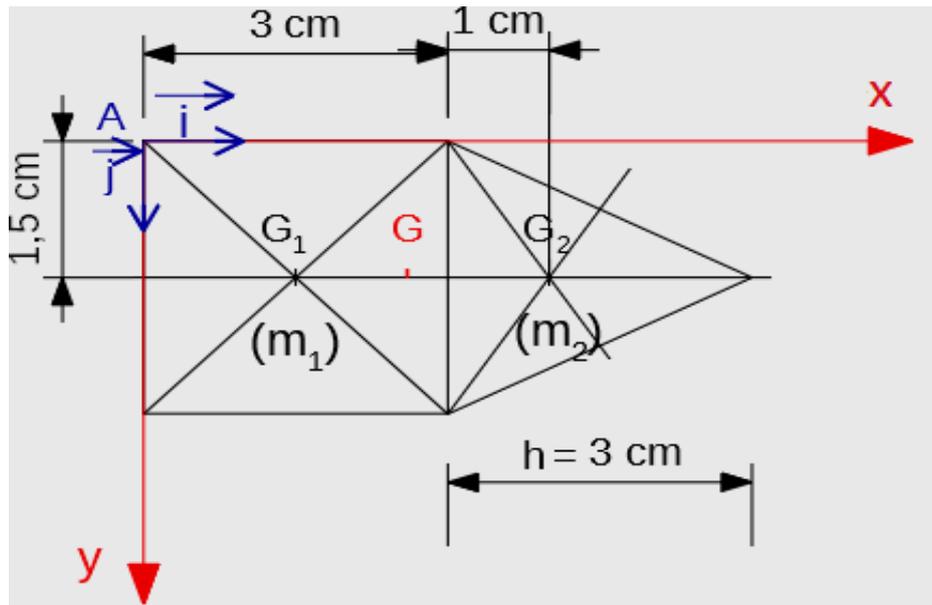
2. Position du centre de gravité d'une plaque

La plaque $ABCDE$, représentée ci-après, homogène et d'épaisseur constante, est formée d'une partie carrée $ABDE$, de côté $a = 3$ cm, et d'une partie triangulaire ($BD = CC' = a = 3$ cm).

Déterminer graphiquement la position du centre d'inertie de cette plaque, puis par le calcul, en utilisant le repère (A, \vec{i}, \vec{j})



Correction



Le centre de gravité G doit vérifier la relation :

$$\vec{AG} = \frac{m_1 \vec{AG}_1 + m_2 \vec{AG}_2}{m_1 + m_2}$$

Le carré ayant une surface double du triangle, sa masse est double ; soit : $m_1 = 2m_2$

$$\vec{AG} = \frac{2m_2 \vec{AG}_1 + m_2 \vec{AG}_2}{2m_2 + m_2} = \frac{2}{3} \vec{AG}_1 + \frac{1}{3} \vec{AG}_2$$

Donnons l'expression de \vec{AG} dans le repère (A, \vec{i}, \vec{j}) :

$$\vec{AG} = x_G \vec{i} + y_G \vec{j} = \frac{2}{3}(x_{G_1} \vec{i} + y_{G_1} \vec{j}) + \frac{1}{3}(x_{G_2} \vec{i} + y_{G_2} \vec{j})$$

$$x_G = \frac{2}{3}x_{G_1} + \frac{1}{3}x_{G_2} = \frac{2}{3} \cdot 1,5 + \frac{1}{3} \cdot 4 = 1 + \frac{4}{3} = \frac{7}{3} = 2,33 \text{ cm}$$

$$y_G = \frac{2}{3}y_{G_1} + \frac{1}{3}y_{G_2} = \frac{2}{3} \cdot 1,5 + \frac{1}{3} \cdot 1,5 = 1 + 0,5 = 1,5 \text{ cm}$$

$$\vec{AG}(2,33 \text{ cm}; 1,5 \text{ cm})$$

On vérifie ainsi que les trois points G_1, G, G_2 sont alignés