Théorème de l'énergie cinétique*

1. *Cas d'un mobile en translation sous l'effet d'une force constante:*

L'expression de l'énergie cinétique du mobile s'il passe par deux positions A et B s'écrit

$$W_{OA}(\vec{F})=\frac{1}{2}Mv_A^2 \quad \text{et} \quad W_{OB}(\vec{F})=\frac{1}{2}Mv_B^2$$

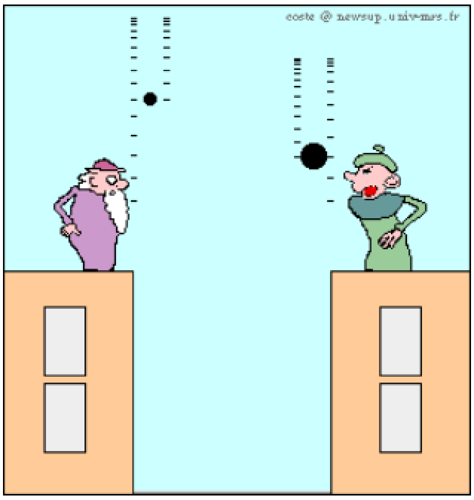
Par différence membre à membre:

$$W_{AB}(\vec{F})=\frac{1}{2}Mv_B^2-\frac{1}{2}Mv_A^2$$

Nous admettrons que:

Dans un référentiel galiléen, **la variation de l'énergie cinétique d'un solide en translation entre deux positions A et B est égale à la somme des travaux des forces extérieures s'exerçant sur ce solide.**

$$\frac{1}{2}Mv_B^2-\frac{1}{2}Mv_A^2=\sum W_{AB}(\vec{F}_{ext})$$



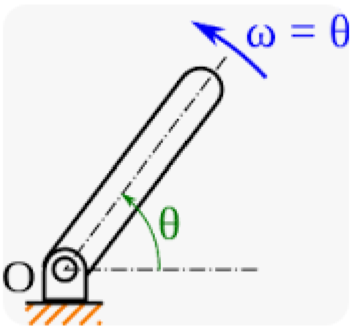
La simulation suivante montre la chute de deux corps à laquelle peut s'appliquer le théorème précédent. Dans le cas de gauche, on considère que la seule force agissant sur la boule est son poids. Dans le cas de droite, en plus du poids de la balle agit une force de résistance de l'air.

2. *Cas d'un solide en rotation:*

L'énergie cinétique d'un solide en rotation autour d'un axe fixe (Δ) est donnée par

$$E_C=\frac{1}{2}J_{\Delta}\omega^2$$

Le théorème de l'énergie cinétique, énoncé dans le cas d'un solide en translation, est également valable dans le cas d'un solide en rotation.



Théorème de l'énergie cinétique:

$$\Delta E_C = \frac{1}{2} J_\Delta \omega_2^2 - \frac{1}{2} J_\Delta \omega_1^2 = \sum W_{1 \to 2}(\vec{F}_{ext})$$

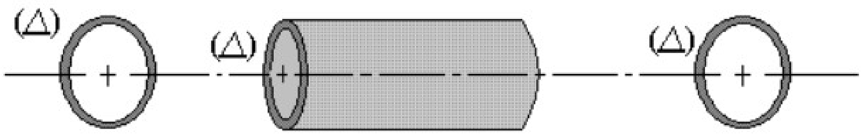
La variation de l'énergie cinétique, entre deux instants, d'un solide en rotation autour d'un axe fixe (Δ) est égale à la somme des travaux des forces et des couples extérieurs qui s'exercent sur le solide entre ces deux instants.

Remarque: Pour une rotation autour d'un axe qui passe par G, centre d'inertie de *(S)*, *(S)* n'est soumis qu'à des couples :

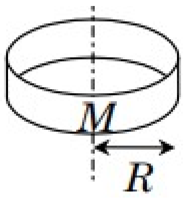
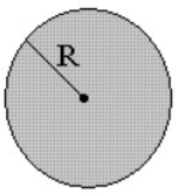
$$\sum W(\vec{F}_{ext}) = \sum W(couples)$$

2.1 Notion de moment d'inertie

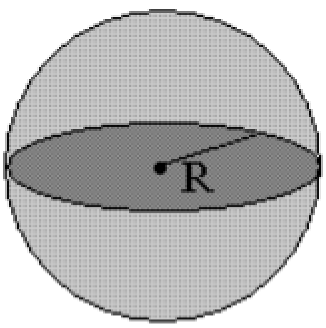
Pour un cylindre de masse M et de rayon R



$$J_\Delta = \frac{1}{2} M R^2$$

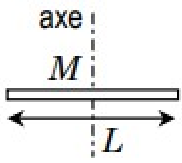
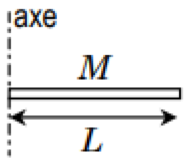
	Pour un cylindre creux ou cerceau de masse M et de rayon R $J_\Delta = MR^2$
	Pour un disque plein de masse M et de rayon R $J_\Delta = \frac{1}{2} MR^2$

Pour une sphère pleine de masse M et de rayon R



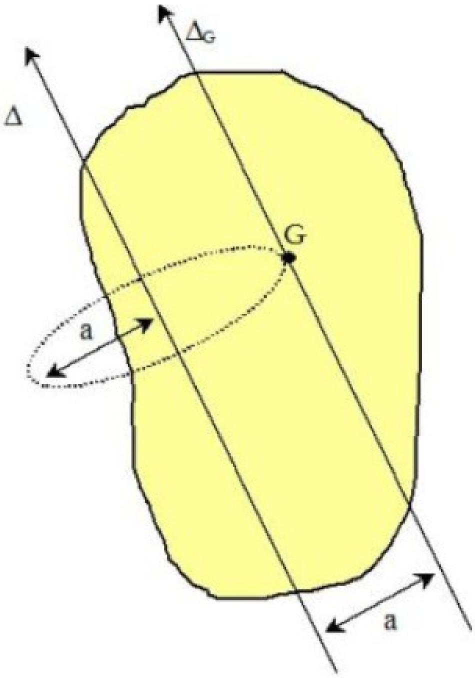
$$J_\Delta = \frac{2}{5} MR^2$$

Pour un tige de masse M et de longueur L

	Pour une tige de masse M et de longueur L $J_{\Delta}=\frac{1}{12}ML^2$
	Pour une tige de masse M et de longueur L $J_{\Delta}=\frac{1}{3}ML^2$

2.2 Le théorème de Huygens

Le théorème de Huygens permet de relier les moments d'inertie J_{Δ} d'un solide par rapport à l'axe Δ et $J_{\Delta G}$ du solide par rapport à l'axe Δ_G parallèle à Δ et passant par G :



$$J_{\Delta} = J_{\Delta G} + Ma^2$$

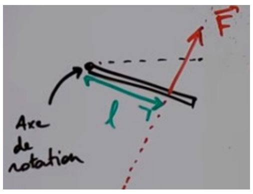
où a désigne la distance entre les deux axes de rotation

2.3 Moment d'une force ou couple de force

Pour la rotation on doit aussi tenir compte de la distance entre l'axe de rotation et la droite d'action de la force qu'on l'appelle **bras de levier.**

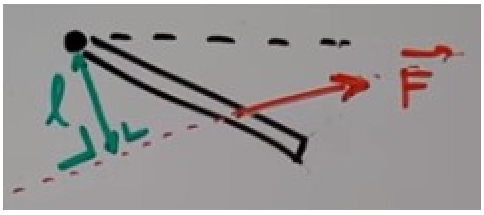
Le bras de levier ℓ = distance qu 'on mesure entre l'axe de rotation et la droite d'action d'une force , mesurée perpendiculairement à cette droite.

Exemple : Si on regarde une porte vue d'en haut :



Droite d'action de la force perpendiculaire au bras de levier et à l'axe de rotation

Par contre, si on a le schéma suivant :



Le bras de levier est toujours perpendiculaire à la droite d'action de la force

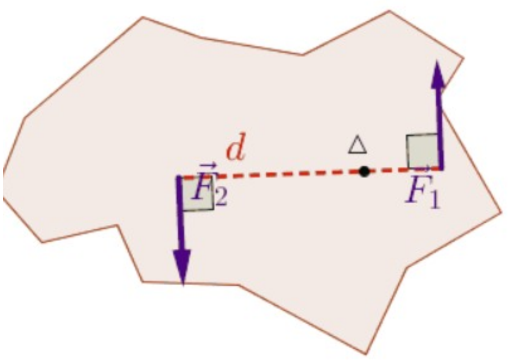
L'effet sur la rotation est le moment de la force, et on le calcule $M(\vec{F}) = \pm F.\ell$

la valeur de M est algébrique c'est-à-dire dépend du sens de la rotation. Unité de M en N.m

Moment d'un couple de force C $(\vec{F}_1, \vec{F}_2)$:

F = $F_1 = F_2$

M_C = Fxd



2.4 Travail d'une force et d'un couple

Le travail est le processus de **transformation de l'énergie** causé par l'application d'un **moment de force M** sur un objet effectuant **une rotation Δθ** .

Seule la composante du moment de force qui est perpendiculaire au plan de rotation effectue un travail.

L'expression scalaire du travail est : $W(\vec{F}) = M(\vec{F}).\Delta\theta$ ou $W(C) = M(C).\Delta\theta$

où W : travail effectué par le moment de force (J)

M : moment de force perpendiculaire au plan de rotation (N.m)

Δθ : rotation effectué par le corps