Corrigé Exercice 2 Bacc série S 2022

Exercice 2

L'espace est rapporté à un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

A(2 ; 3 ; 1), B (-1 ; 1 ; 1),, C(-3 ; 1 ; 0) et D (4 ;-1; 3).

1- *Calcul de* $\vec{n}=\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$.

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-3\\-2\\0\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}-5\\-2\\-1\end{pmatrix}$, alors $\vec{n}\begin{pmatrix}(-2)(-1)-0.(-2)\\(-5).0-(-3)(-1)\\(-3)(-2)-(-2)(-5)\end{pmatrix}$

Ainsi $\vec{n}\begin{pmatrix}2\\-3\\-4\end{pmatrix}$

2- *Équation cartésienne du plan (ABC)*

Le plan ABC est normal au vecteur $\vec{n}$. Donc 2x-3y-4z +d = 0 est une équation cartésienne de ce plan.

Ce plan passe par A, donc 2(2)-3(3)-4(1)+d=0. D'où d = 9.

Ainsi (ABC) : 2x-3y-4z+9=0.

3- (Δ) est la droite de vecteur directeur $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\2\\-1\end{pmatrix}$ et passant par le point D, donc pour tout point M(x;y;z),

$\overrightarrow{DM}=k.\vec{u}$.

On a donc $\begin{pmatrix}x-4\\y+1\\z-3\end{pmatrix}=t\begin{pmatrix}1\\2\\-1\end{pmatrix}$. D'où $\begin{cases}x=t+4\\y=2t-1\\z=-t+3\end{cases}$

4- (Δ) et (ABC) sont parallèles si (Δ) et le plan (ABC) ne se coupent pas, c'est à dire, n'ont pas de point d'intersection.

Déterminons donc une valeur de t, s'il en existe, pour que (Δ) et (ABC) se coupent :

On va résoudre le système $\begin{cases}x=t+4\\y=2t-1\\z=-t+3\\2x-3y-4z+9=0\end{cases}$.

On a 2(t+4)-3(2t-1)-4(-t+3)+9=0

2t-6t+4t +8+3-12+9=0

On n'a aucune valeur de t qui vérifie l'équation, donc on n'a aucune point d'intersection. Ainsi la droite (Δ) et le plan (ABC) sont parallèles.