

Statistique : généralités

1. Population - Variable

Effectuer une étude statistique consiste à collecter, organiser et exploiter des informations sur un ensemble appelé population, délimité par une propriété commune.

Cette population est constituée d'individus ou unités statistiques, qui peuvent être des objets, des idées, des êtres vivants...

La propriété étudiée est appelée variable ou caractère.

Le caractère est qualitatif lorsque les valeurs prises ne sont pas des nombres, et quantitatif, lorsque les valeurs prises sont des nombres.

Un caractère quantitatif peut être discret si les valeurs prises sont isolées, ou continu s'il peut prendre toutes les valeurs possibles d'un intervalle.

Exemple

Le tableau ci-dessous représente les notes des élèves d'une classe lors d'un passage en classe supérieure.

Note x_i	6	8	10	12	15	16	17	20	Total
Nombre des élèves n_i	9	2	10	11	3	6	8	1	40

La population est l'ensemble des élèves

L'individu : chaque élève

Le caractère étudié : notes des élèves, c'est un caractère quantitatif

2. Effectifs – Fréquence- Classes

L'effectif total est le nombre d'individus de la population.

On note en général x_1, x_2, \dots, x_n les valeurs prises par la variable étudiée et n_i le nombre d'individus sur

lesquels on a observé la valeur x_i . n_i est appelé effectif de la valeur x_i de la variable.

La série statistique ainsi définie se note (x_i, n_i) .

L'effectif total est alors $N = \sum_{i=1}^n n_i = n_1 + n_2 + \dots + n_n$.

Le rapport $\frac{n_i}{N} = f_i$ est appelé fréquence de x_i .

On a :

- $0 \leq f_i \leq 1$ quel que soit i

- $\sum_{i=1}^n f_i = f_1 + f_2 + \dots + f_n = \sum_{i=1}^n \frac{n_i}{N} = \frac{\sum_{i=1}^n n_i}{N} = 1$

100. f_i donne le pourcentage des individus ayant le caractère x_i .

Lorsque le caractère est continu, on ne peut pas considérer chaque valeur séparément, on regroupe alors ces valeurs par classe.

De même lorsque l'effectif est assez important, il est plus commode de regrouper les valeurs par classe.

Exemple :

La population étudiée est l'ensemble des élèves d'une classe. Le caractère étudié est la note obtenue lors d'un certain examen.

Les notes obtenues sont :

12 12 14 5 8 8 9 16 15 7 6 10 10 12 9 9 10 7 6 10 11 9 7 9 11

Écrivons cette série de notes dans l'ordre croissant :

5 6 6 7 7 7 8 8 9 9 9 9 9 10 10 10 10 11 11 12 12 12 14 15 16

On voit que 1 élève a eu 5, deux ont eu 6, On peut réécrire cette série sous forme de tableau :

Notes	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
effectifs	1	2	3	2	5	4	2	3	0	1	1	1

3. Effectifs cumulés – Fréquences cumulées

Considérons une série à caractère quantitatif x_i . On ordonne les valeurs dans l'ordre croissant : $x_1 < x_2 < \dots < x_k$.

Si n_i est l'effectif de la valeur x_i , on appelle effectif cumulé croissant jusqu'à la i^e valeur le nombre : c'est le nombre des individus présentant une modalité inférieure à x_i .

Notes	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
effectifs	1	2	3	2	5	4	2	3	0	1	1	1

Effectif cumulé	1	3	6	8	13	17	19	22	22	23	24	25
-----------------	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----	----	----

Ce tableau nous donne le nombre d'élèves qui ont eu une note inférieure à une note donnée. Par exemple, 6 élèves ont eu une note inférieure ou égale à 7, 13 n'ont pas eu la moyenne...

On définit de même

la **fréquence cumulée** croissante : $\sum_{j=1}^i f_j = f_1 + f_2 + \dots + f_i$ où N est l'effectif total de la population.

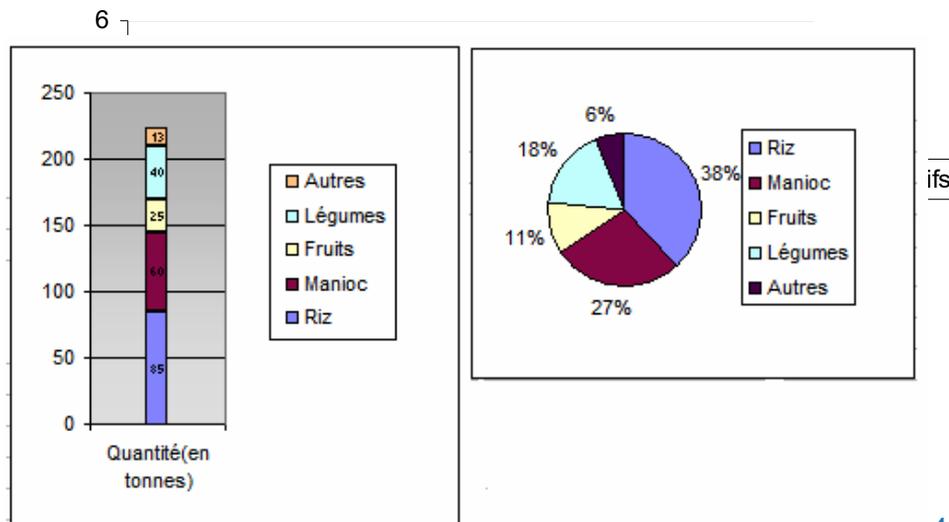
Notes	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
effectifs	1	2	3	2	5	4	2	3	0	1	1	1
Fréquences	0,04	0,08	0,12	0,08	0,2	0,16	0,08	0,12	0	0,04	0,04	0,04
Fréquences cumulées	0,04	0,12	0,24	0,32	0,52	0,68	0,76	0,88	0,88	0,92	0,96	1

4. Diagrammes

Un diagramme est une représentation graphique de la série. Il permet de visualiser ensemble les données statistiques.

4.1.1 Diagramme à bandes. Diagramme à bâtons

On porte en abscisses les valeurs de la variable x et en ordonnées les effectifs. Les effectifs sont représentés par des rectangles (bandes) verticales de longueurs proportionnelles aux effectifs. On peut remplacer les bandes par des segments : on obtient un diagramme en bâtons.



une seule bande.

4.1.2 Diagramme à

La longueur d'une bande est partagée proportionnellement aux effectifs ou aux fréquences.

Exemple : Voici la production agricole annuelle d'une certaine commune rurale :

Produit	Riz	Manioc	Fruits	Légumes	Autres
Quantité (en tonne)	85	60	25	40	13

4.1.3 Diagramme à secteur

C'est un diagramme de même type que le diagramme à une seule bande. Le disque est partagé en secteurs dont les angles sont proportionnels aux effectifs

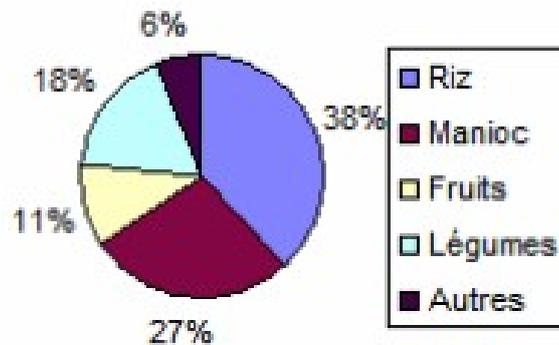


Diagramme à secteur

4.1.4 Histogrammes : Cas d'une série continue ou série classée.

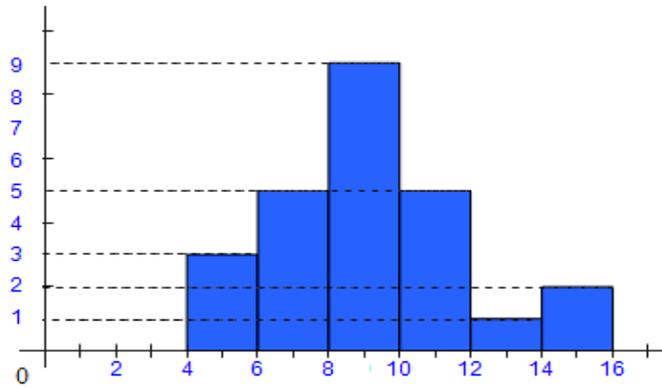
On porte en abscisses les valeurs de la variable x et en ordonnées les effectifs. L'effectif est représenté par un rectangle dont la base est égale à l'étendue de la classe et la hauteur proportionnelle à l'effectif.

Exemple

Dans l'exemple précédent, regroupons les notes en classes d'amplitude 2

On obtient le tableau suivant :

Notes	[4 ; 6]]6 ; 8]]8 ; 10]]10 ; 12]]12 ; 14]]14 ; 16]
Effectifs	3	5	9	5	1	2



5. Polygones des effectifs

En reliant les extrémités des bâtons, on obtient le polygone des effectifs.

Dans le cas des histogrammes, on prend les centres des classes.