

Proportionnalité

1. Définitions

Deux nombres a et b sont proportionnels à c et d signifie $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$..

Ce qui équivaut à $a \times d = b \times c$. Cette égalité est appelée produit en croix.

On dit aussi que si on a l'égalité $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, alors le produit des moyens est égal au produit des extrémités : $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$: le produit des moyens est $b \times c$, et le produit des extrémités $a \times d$.

2. Tableau de proportionnalités

Lorsque des couples de nombres sont proportionnels entre eux, on peut les placer dans un tableau appelé tableau de proportionnalité :

a	c	e	g
b	d	f	h

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{g}{h} = k$$

k est appelé coefficient de proportionnalité.

On obtient les nombres du bas en multipliant les nombres du haut par k, et on obtient les nombres du haut en divisant les nombres du bas par k :

Ainsi : $a = b \times k$, $c = k \times d$, $e = k \times f$, et $g = k \times h$,

Et aussi ; $b = \frac{a}{k}$, $d = \frac{c}{k}$, $f = \frac{e}{k}$ et $h = \frac{g}{k}$

a	c	e	g
b	d	f	h

$\times k$ (pointing to the bottom row) and $\times \frac{1}{k}$ (pointing to the top row)

Exemple

2	4	6
13	26	39

$$\frac{13}{2} = \frac{26}{4} = \frac{39}{6} = 6,5 \text{ . Donc le coefficient de proportionnalité est } k = 6,5$$

2	4	6
13	26	39

$\times 6,5$ (pointing to the bottom row) and $\times \frac{1}{6,5}$ (pointing to the top row)

3. Additivité de la proportionnalité

Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, alors on a aussi $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d}$

Exemple

$$\frac{1}{2} = \frac{3}{6} = \frac{1+3}{2+6} = \frac{4}{8}$$

4. Quatrième proportionnelle

x est la quatrième proportionnelle à a, b et c si $\frac{a}{b} = \frac{c}{x}$. Ce qui donne en faisant le produit en croix :

$$a \cdot x = b \cdot c$$

$$\text{D'où } x = b \cdot \frac{c}{a}$$