

Symétries

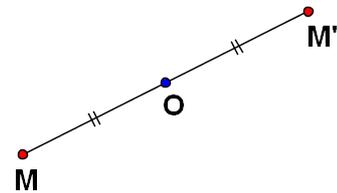
1. Symétrie par rapport à un point (ou symétrie centrale)

1.1 Définition

Le point M' est le symétrique de M par rapport au point O si O est le milieu du segment $[MM']$.

On dit aussi que M et M' sont symétriques par rapport à O .

Ou encore, M' est l'image de M par symétrie par rapport à O .



Dans une symétrie par rapport à un point O , on dit que O est le centre de symétrie : il est le symétrique de lui même.

1.2 Symétriques de figures usuelles

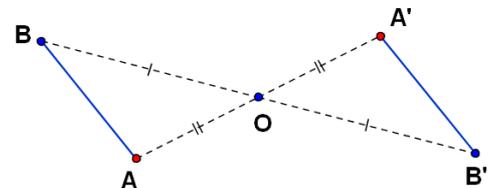
1.2.1 Symétrique d'un point

Le symétrique d'un point par rapport à un point est un point.

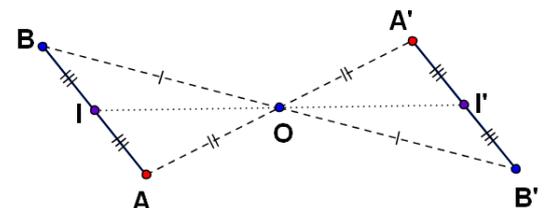
Si B est le symétrique de A par rapport à O , alors A est le symétrique de B .

1.2.2 Symétrique d'un segment

Le symétrique d'un segment $[AB]$ par rapport à un point O est un segment $[A'B']$ de même longueur que $[AB]$, où A' est le symétrique de A et B' est le symétrique de B .

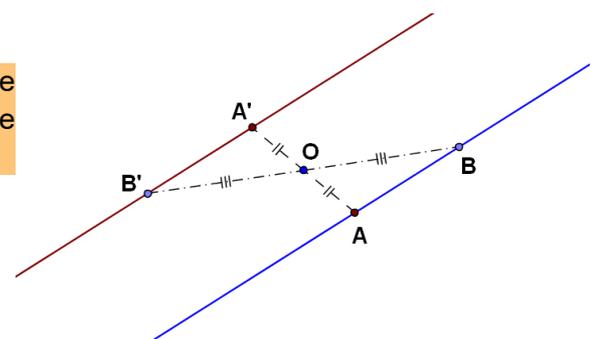


Le milieu I' d'un segment $[A'B']$ est le symétrique du milieu I du segment $[AB]$.

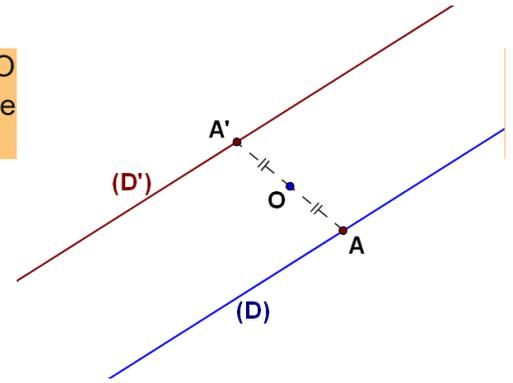


1.2.3 Symétrique d'une droite

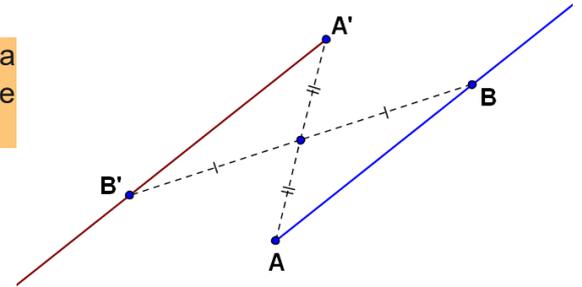
Le symétrique d'une droite (AB) par rapport à un point O est une droite $(A'B')$ parallèle à (AB) , où A' est le symétrique de A et B' est le symétrique de B .



Le symétrique d'une droite (D) passant par un point A par rapport à O est la droite (D') parallèle à (D) et passant par le point A' symétrique de A par rapport à O

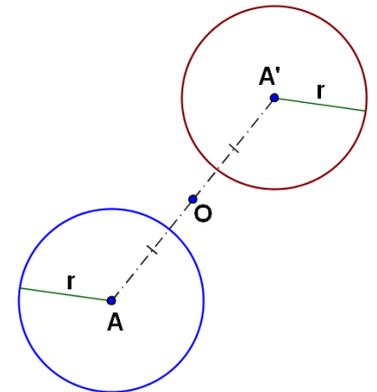


Le symétrique d'une demi-droite [AB) par rapport à un point O est la demi-droite [A'B'), où A' est le symétrique de A et B' le symétrique de B.

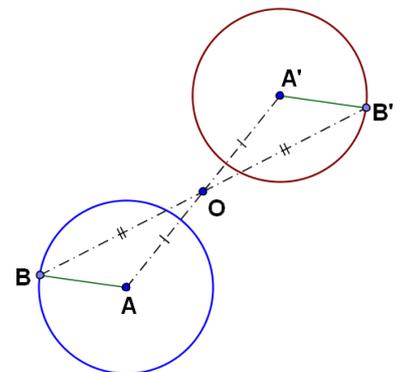


1.2.4 Symétrique d'un cercle

Le symétrique d'un cercle de centre A et de rayon r par rapport à O est le cercle de centre A' et de même rayon r, où A' est le symétrique de A par rapport à O.



Le symétrique d'un cercle de centre A et passant par B est le cercle de centre A' et passant par B', où A' est le symétrique de A et B' le symétrique de B.

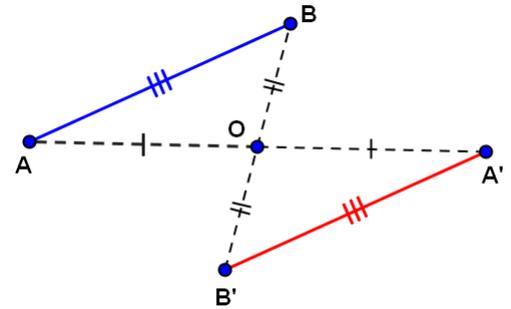


1.3 Propriété

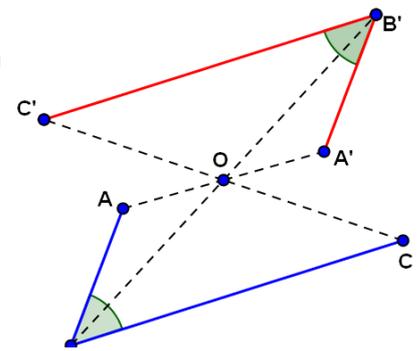
La symétrie par rapport à un point conserve les longueurs, l'alignement, les mesures d'angles et les aires :

Soit A et B deux points et A' et B' leurs symétriques par rapport à un point O.

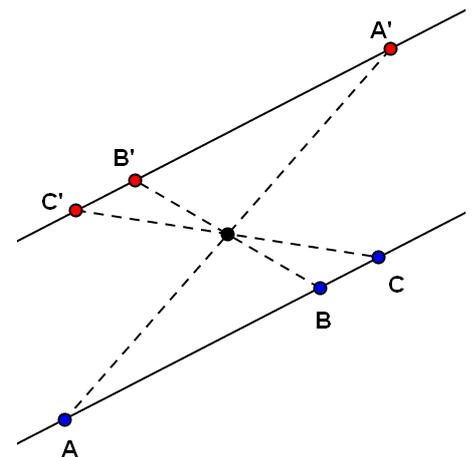
Alors $A'B' = AB$



Soient A, B et C trois points et A', B' et C' leurs symétriques par rapport à un point O. Alors $\widehat{ABC} = \widehat{A'B'C'}$



Si A, B et C sont alignés, alors, A', B' et C' sont alignés.



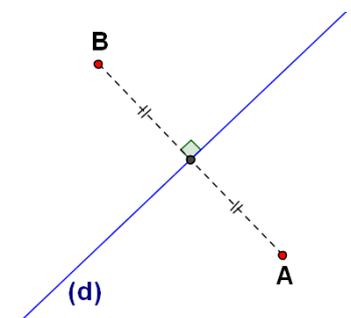
2. Symétrie par rapport à une droite (ou symétrie axiale)

2.1 Définition

M' est le symétrique de M par rapport à une droite (d) si le milieu du segment $[MM']$ appartient à (d) et si (MM') et (d) sont perpendiculaires.

On dit aussi que M et M' sont symétriques par rapport à (d)

Ou encore, M' est l'image de M par symétrie par rapport à (d).



Dans une symétrie par rapport à une droite (d), on dit que (d) est l'axe de symétrie.

2.2 Symétriques de figures usuelles

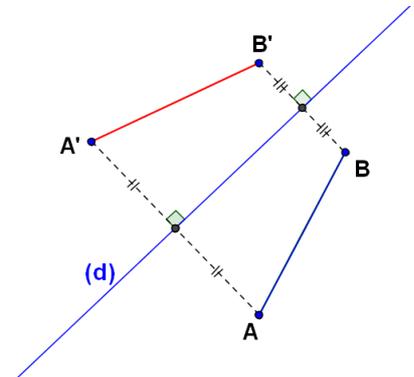
2.2.1 Symétrie d'un point

Le symétrique d'un point par rapport à une droite est un point.

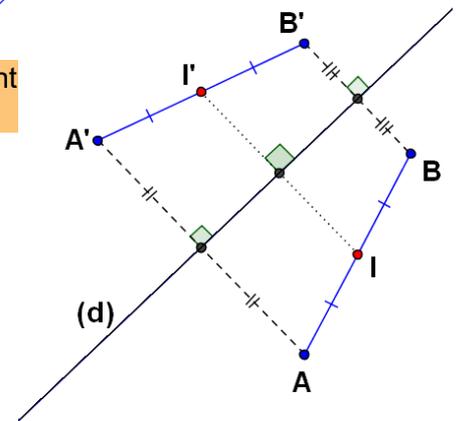
Si B est le symétrique de A par rapport à une droite (d), alors A est le symétrique de B.

2.2.2 Symétrie d'un segment

Le symétrique d'un segment $[AB]$ par rapport à une droite est un segment $[A'B']$ de même longueur que $[AB]$, où A' est le symétrique de A et B' est le symétrique de B.

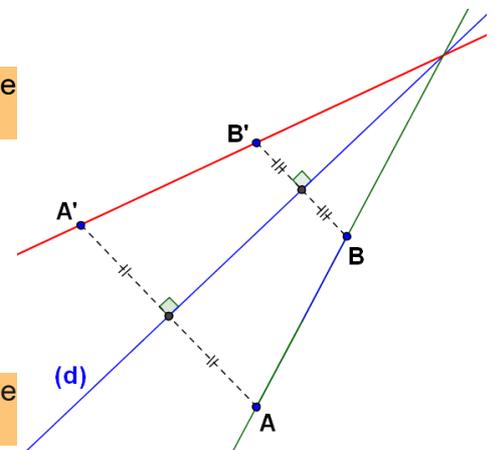


Le milieu I d'un segment $[AB]$ est le symétrique du milieu I' du segment $[A'B']$.



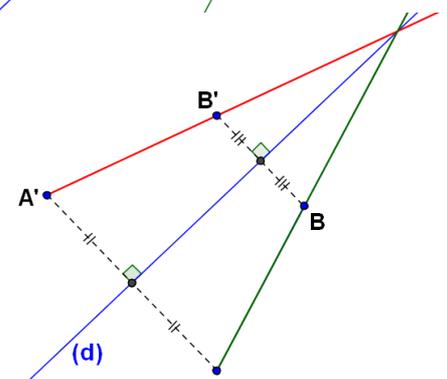
2.2.3 Symétrie d'une droite

Le symétrique d'une droite (AB) par rapport à une droite (d) est une droite (A'B'), où A' est le symétrique de A et B' le symétrique de B.



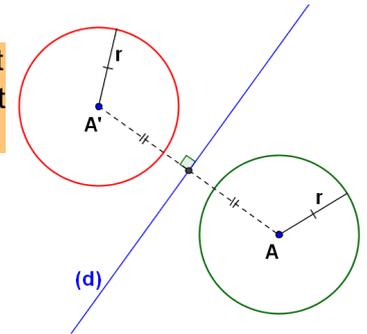
Le point d'intersection des deux droites (AB) et (A'B') appartient à l'axe de symétrie (d)

Le symétrique d'une demi-droite $[AB]$ par rapport à une droite (d) est la demi-droite $[A'B']$, où A' est le symétrique de A et B' le symétrique de B.

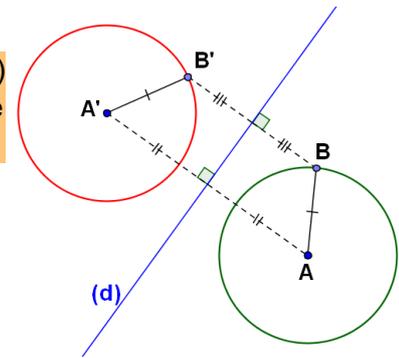


2.2.4 Symétrie d'un cercle

Le symétrique d'un cercle de centre A et de rayon r par rapport à une droite (d) est le cercle de centre A' et de même rayon r, où A' est le symétrique de A par rapport à (d).



Le symétrique d'un cercle de centre A et passant par B par rapport à une droite (d) est le cercle de centre A' et passant par B', où A' est le symétrique de A et B' le symétrique de B.

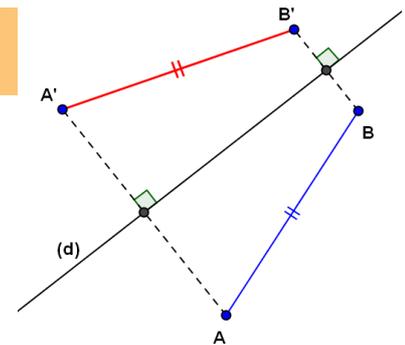


2.3 Propriété

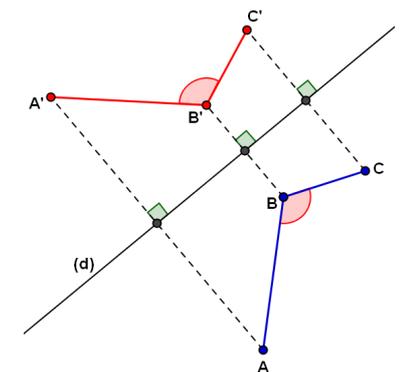
La symétrie par rapport à un point conserve les longueurs, l'alignement, les mesures d'angles et les aires :

Soit A et B deux points et A' et B' leurs symétriques par rapport à une droite (d).

Alors $A'B' = AB$.



Soient A, B et C trois points et A', B' et C' leurs symétriques par rapport à une droite (d). Alors $\widehat{ABC} = \widehat{A'B'C'}$.



Si A, B et C sont alignés, alors A', B' et C' sont aussi alignés.

