

# Série d'exercices Isométries et Complexes

## Exercice 1

Déterminer l'écriture complexe des transformations suivantes :

- 1) Translations de vecteur  $\vec{u} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$
- 2) translation de vecteur d'affixe  $5 + i$ .
- 3) Symétrie centrale de centre  $\Omega(5+i)$ .
- 4) Rotation d'angle  $\frac{-\pi}{2}$  et de centre  $\Omega(i)$ .
- 5) Symétrie centrale transformant le point  $A(1+i)$  en le point  $B(-1-i)$ .
- 6) rotation d'angle  $\frac{2\pi}{3}$  et de centre  $\Omega\left(\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}\right)$ .

## Exercice 2

Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de la transformation d'écriture complexe suivante .

- 1)  $z' = z + 1+i$ .
- 2)  $z' = iz$
- 3)  $z' = -z + 3$ .
- 4)  $z' = -iz + i$ .
- 5)  $z' = \frac{1}{\sqrt{2}}(1+i)z + i\sqrt{3}$

## Exercice 3

Soit les symétries orthogonales  $s$  et  $s'$  d'écritures complexes  $z' = \left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\bar{z}$  et  $z' = e^{i\frac{2\pi}{3}}\bar{z}$  ;

- 1) Déterminer l'écriture complexe de  $s' \circ s$ .
- 2) En déduire la nature et les éléments caractéristiques de  $s' \circ s$ .

## Exercice 4

Le plan est muni d'un repère orthonormé  $(O, \vec{u}, \vec{v})$  Soient  $A(1-i)$ ,  $B(i)$ ,  $C\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + i\frac{(\sqrt{3}-1)}{2}\right)$ ,  
 $D\left(\frac{-\sqrt{3}-1}{2} + \frac{1}{2}i\right)$ .

- 1) Montrer qu'il existe une transformation plane  $f$  d'écriture  $z' = az + b$  telle que  $f(A) = C$  et  $f(B) = D$ .

2) Déterminer les éléments caractéristiques de  $f$ .

## Exercice 5

Soit  $r$  la rotation de centre  $A$  et d'angle  $\frac{\pi}{3}$ .

1) a- Déterminer les transformations  $r \circ r$ ,  $r \circ r \circ r$ ,  $r \circ r \circ r \circ r$ ,  $r \circ r \circ r \circ r \circ r$ ,  $r \circ r \circ r \circ r \circ r \circ r$ .

b- Pour  $n$  entier naturel non nul, déterminer  $r \circ r \circ \dots \circ r = r^n$ .

2) pour quelle valeur de  $n$  a-t-on  $r^n = r$ .

## Exercice 6

Le plan est muni d'un repère orthonormé  $(O, \vec{u}, \vec{v})$ . Soient  $r_1, r_2, r_3$  les rotations d'angles respectifs  $\frac{\pi}{2}$ ,  $\pi$ ,  $\frac{\pi}{2}$  et de centre  $A_1(2)$ ,  $A_2(2i)$ ,  $A_3(-2)$ . Soient  $s_1, s_2, s_3$  les symétries orthogonales d'axes

$(d_1) : y = 0$ ,  $(d_2) : x+y = 0$  et  $(d_3) : -x+y = 0$ .

1) Déterminer les écritures complexes de ces six transformations.

2) Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de  $s_1 \circ s_2$ ,  $s_2 \circ s_3$  et  $s_3 \circ s_1$ .

3) Déterminer la transformation  $r_1 \circ r_2 \circ r_3$ .