MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

SECRÉTARIAT GÉNÉRAL

DIRECTION GÉNÉRALE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR

DIRECTION DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR

Service du Baccalauréat

MESUPRES

BACCALAURÉAT DE L'ENSEIGNEMENT GÉNÉRAL

SESSION 2022

OSE

Série : SCIENTIFIQUE
Option : OSE
Code matière : 009

Épreuve de : MATHEMATIQUES
Durée : 04 heures
Coefficient : 5

NB : Les trois exercices et le problème sont obligatoires
Machine à calculer scientifique non programmable et table financière sont autorisées.

EXERCICE 01 (04pts)

On considère deux dés cubiques D et D′. Le dé D numéroté de 1 à 6 est truqué de telle sorte que les probabilités P_i d'apparitions de la face numérotée i ($i \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$) vérifient les conditions suivantes : $P_1 = P_3 = P_5$ et $P_2 = P_4 = P_6 = 2P_1$. Le dé D′ est normal dont les six faces sont numérotées 1, 1, 2, 2, 2, 4. On note P'_1, P'_2 et P'_4 les probabilités d'apparitions des numéros 1, 2 et 4.

1) On lance une fois le dé D.
   a) Calculer les probabilités P_1, P_2, P_3, P_4, P_5 et P_6 (0,5pt)
   b) Montrer que la probabilité d'obtenir un nombre pair est égale à $\frac{2}{3}$ (0,5pt)
2) On lance trois fois de suite et d'une manière indépendante le dé D. Soit X la variable aléatoire égale au nombre d'apparitions de la face numérotée paire
   a) Donner la loi de probabilité de X (0,75pt)
   b) Calculer l'espérance mathématique E (X) (0,5pt)
   c) Calculer la probabilité $P(X \leq 2)$ (0,25pt)
3) On lance simultanément les deux dés D et D′ et on note les numéros apparus sur les faces supérieures.
   Calculer la probabilité des événements suivants :
   A : « La somme des numéros obtenus est égale à 3 » (0,5pt)
   B : « Le produit des numéros obtenus est impair» (0,5pt)
   C : « Les numéros obtenus sont identiques » (0,5pt)

EXERCICE 02 : (03 points)

Le tableau suivant indique les variations de dépenses mensuelles y_i de la famille Rabe lors des sept premiers mois de l'année 2021. (x_i désigne le rang du mois et y_i est exprimé en milliers de francs malagasy).

Mois	Janvier	Février	Mars	Avril	Mai	Juin	Juillet
x_i	1	2	3	4	5	6	7
y_i	375	387	385	393	400	410	415

1) a- Représenter le nuage de points M_i (x_i ; y_i) associe à cette série statistique dans un repère orthogonal. (0,75pt)

Echelle : - Sur l'axe des abscisses, choisir 1 cm pour unité graphique.
- Sur l'axe des ordonnées, placer 370 à l'origine puis choisir 1 cm pour représenter 10 000 francs malagasy.

   b- Calculer les coordonnées du point moyen G (0,5pt)
2) a- Calculer le coefficient de corrélation linéaire r (0,75pt)
   b- Interpréter ce résultat. (0,25pt)
3) Par la méthode des moindres carrés, donner l'équation de la droite de régression (D) de y en x (0,5pt)
4) En utilisant la droite (D), donner une estimation des dépenses de la famille Rabe pour le mois d'octobre 2021. (0,25pt)

EXERCICE 03 (04 points)

1) On place un capital de 100 000,00Ar dans une banque à intérêt simple au taux annuel de 4% durant 45 jours
   a- Calculer l'intérêt produit par ce capital. (0,5pt)
   b- En déduire la valeur acquise par ce capital. (0,25pt)
2) Soit un capital C = 10 000,00 Ar placé pendant 3 ans.
   a- Calculer l'intérêt produit par ce capital dans le cas d'un placement à un taux d'intérêt composé t = 10% (0,5pt)
   b- Calculer l'intérêt produit par ce capital dans le cas d'un placement à un taux d'intérêt simple t= 10%. (0,5pt)
3) Calculer le taux d'escompte auquel a été négocié un effet de commerce de valeur nominale 850 000,00 Ar d'échéance le 28 juin s'il est remis à l'escompte le 3 juin et qu'il ait coûté un escompte de 3542,00 Ar (0,75pt)
4) Déterminer la date d'échéance d'escompte d'un effet commercial de valeur nominale 525 000,00 Ar, remis à l'escompte le 13 Août au taux d'escompte de 8% et ayant coûté 8 750,00 Ar d'escompte. (0,75pt)
   Quelle est la valeur acquise d'un capital de 1 275 000,00 Ar placé pendant 7 mois, à un taux annuel d'intérêt composé de 12,55% ? (0,75pt)

PROBLEME (09 points)

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]0;\ +\infty[$ par $f(x) = \frac{1}{x} + \frac{lnx}{x^2}$. On note par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ d'unité 2cm.

1) Calculer $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ (0,5pt)
2) Soit g la fonction définie sur $]0;\ +\infty[$ par $g(x) = -x + 1 - 2lnx$
   a- Etudier la variation de g (0,75pt)
   b- Calculer $g(1)$ (0,25pt)
   c- En déduire les signes de $g(x)$ pour tout $x > 0$ (0,5pt)
3) Calculer $f'(x)$ où f' est la fonction dérivée première de f. (0,5pt)
4) Dresser le tableau de variation de f (0,75pt)
5) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique $\propto\ \epsilon\ ]0{,}5\ ;0{,}6[$ (0,75pt)
6) Tracer (C) et ses asymptotes. (1pt)
7) Soit h la restriction de f à l'intervalle I = [1; $+\infty$[.
   a- Montrer que h réalise une bijection de I vers un intervalle J que l'on déterminera. (0,75pt)
   b- Tracer la courbe (C^{-1}), représentative de l'application réciproque h^{-1} de h, dans le même repère que (C). (0,75pt)
8) A l'aide d'une intégration par partie, calculer $\int_1^2 \frac{lnx}{x^2}\, dx$ (0,75pt)
9) En déduire, en cm^2, l'aire $\mathcal{A}$ du domaine plan délimité par la courbe (C), l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives $x = 1$ et $x = 2$. (0,5pt)
10) Soit $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite définie par : $U_n = \int_{e^n}^{e^{n+1}} \left(\frac{lnx}{x}\right) dx$
   a- Exprimer U_n en fonction de n. (0,75pt)
   b- Calculer $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n$ (0,5pt)