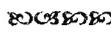


A

① ————— |  | ————— ①
Série : Littéraire Épreuve de : MATHÉMATIQUES
Option : A Durée : 02 heures 15 minutes
Code matière : 009 Coefficient : A1 = 1 ; A2 = 3



NB : Les deux exercices et le problème sont obligatoires.

Machine à calculer scientifique non programmable autorisée.

EXERCICE 1 (05 points)

On considère la suite numérique $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par :

$$\begin{cases} U_0 = -1 \\ U_{n+1} = \frac{3}{4}U_n + 1, \text{ pour tout } n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

1. Calculer U_1 et U_2 (0,25 × 2 pts)
2. Soit la suite numérique $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par : pour tout $n \in \mathbb{N} : V_n = U_n - 4$
 - a) Montrer que $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite géométrique dont on précisera sa raison et son premier terme. (1,5 pt)
 - b) Exprimer V_n puis U_n en fonction de n (0,5 pt × 2)
3. On donne $W_n = \ln \left[2 \left(\frac{3}{4} \right)^n \right], n \in \mathbb{N}$ (\ln désigne le logarithme népérien)
 - a) Montrer que $(W_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite arithmétique dont on précisera sa raison et son premier terme (1,5 pt)
 - b) Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} W_n$ (0,5pt)

EXERCICE 2 (05 points)

Les résultats seront donnés sous forme de fraction irréductible.

Une trousse contient 9 stylos indiscernables au toucher dont 5 bleus et 4 rouges

1. On tire au hasard et simultanément 4 stylos de la trousse. On suppose que tous les événements élémentaires sont équiprobables
Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :
 - A : « Obtenir 2 stylos bleus et 2 stylos rouges » (1 pt)
 - B : « Obtenir au plus un stylo rouge » (1 pt)
2. On tire au hasard et successivement avec remise 3 stylos de la trousse. On suppose que tous les tirages sont équiprobables.
 - a) Quel est le nombre de tirages possibles ? (1 pt)
 - b) Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :
 - C : « Obtenir dans l'ordre un stylo bleu et 2 stylos rouges » (1 pt)
 - D : « Obtenir au moins 2 stylos bleus » (1 pt)

PROBLEME (10 points)

Soit f la fonction définie par : $f(x) = 1 - \frac{\ln x}{x}$

On note (\mathcal{C}) sa courbe représentative dans un plan muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) d'unité 1 cm.

	A1	A2
1. Déterminer l'ensemble de définition de f	(0,5 pt)	(0,25 pt)
2. a) Calculer $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$	(0,5 pt)	(0,5 pt)
b) Interpréter le résultat	(0,25 pt)	(0,25 pt)
3. a) On admet que $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$. En déduire $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$	(0,5 pt)	(0,5 pt)
b) Interpréter le résultat	(0,25 pt)	(0,25 pt)
4. Montrer que pour tout $x \in]0, +\infty[: f'(x) = \frac{\ln x - 1}{x^2}$ où f' désigne la fonction dérivée de f	(1,5 pt)	(1,25 pt)
5. a) Résoudre sur l'intervalle $]0, +\infty[$ l'équation : $\ln x - 1 = 0$	(1 pt)	(0,5 pt)
b) Dresser le tableau de variation de f	(2 pts)	(1,5 pt)
6. Ecrire une équation de la tangente (T) à (\mathcal{C}) au point d'abscisse $x_0 = 1$	(1 pt)	(1 pt)
7. Tracer (\mathcal{C}) ; (T) ainsi que ses asymptotes dans le même repère	(1,5 + 0,5 + 0,5 pts)	(1 + 0,5 + 0,5 pts)

Pour A2 seulement

8. Soit G la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par $G(x) = x - \frac{1}{2}(\ln x)^2$
- a) Montrer que G est une primitive de f sur $]0, +\infty[$ (1 pt)
- b) Calculer, en cm^2 , l'aire \mathcal{A} du domaine plan limité par la courbe (\mathcal{C}) , l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives $x = 1$ et $x = e$ (1 pt)

