

Nombres complexes : Formes algébriques

Exercice 1

Écrire sous forme algébrique les nombres suivants :

$$a = (1 + 2i) - (3 + 5i) ; b = (1 + i)^2 ; c = (1 - i)(1 + 2i) ; d = \frac{1}{1 + 2i} ; e = \frac{1 + 2i}{1 - 2i} ; f = (1 + i)^2 (4 - 3i)$$

Exercice 2

Écrire les nombres suivants sous forme algébriques sachant que $z = 1 + i$ et $z' = -2i$:

$$z_1 = z - 2z' \quad z_2 = z^2 z' \quad z_3 = \frac{z}{z'} \quad z_4 = \frac{z + z'}{z - z'}$$

Exercice 3

Soit $z = 1 - i\sqrt{3}$ et $z' = \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{i}{3}$

Calculer $z + z'$; $z - z'$; $z z'$; z^2

Exercice 4

Calculer les parties réelles et les parties imaginaires des nombres complexes suivants :

$$a = (3 + 4i)^2 ; b = (7 + 2i)^2 ; c = \frac{3 + 4i}{7 + 2i} ; d = \frac{5 - 2i}{7 + i} + \frac{5 + 2i}{7 - i}$$

Exercice 5

Soit $z (z \neq i)$ et $Z = \frac{2z + 1}{z + i}$. Calculer $\text{Re}(Z)$ et $\text{Im}(Z)$ en fonction de $\text{Re}(z)$ et $\text{Im}(z)$.

Calculer de même \bar{Z} .

Exercice 6

Déterminer les valeurs des réels a et b pour que les nombres complexes suivants soient égaux :

$$z_1 = 3 + (2a + 1)i \quad \text{et} \quad z_2 = 2b + i$$

Exercice 7

Déterminer les conjugués des nombres complexes suivants :

$$z_1 = i(1 - i) \quad z_2 = (2i - 3)(4 - 2i) \quad z_3 = \frac{1 + i}{1 - 2i} \quad z_4 = \frac{i(2 - i)^3}{-3 + i}$$

Exercice 8

Résoudre dans \mathbb{C} les équations suivantes

a) $(3 + i)z = 1 - i$ b) $\frac{1}{2z - i} = -1 + 2i$ c) $\frac{z + i}{z - i} = 5$

Exercice 9

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé $(0, \vec{u}, \vec{v})$. On donne les points A, B, C, D

d'affixes respectives $2 - 3i$; $\frac{1}{2}$; $1 + 4i$; $4 + 2i$.

- 1) Placer ces points dans le plan complexe,
- 2) Calculer les affixes des vecteurs \vec{AB} , \vec{BC} , \vec{DA} ;
- 3) Déterminer l'affixe du point E tel que ABCE soit un parallélogramme

Exercice 10

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé $(0, \vec{u}, \vec{v})$. On donne les points A, B, C, D

d'affixes respectives $1 + i$; i ; $2 + 3i$; $1 + 3i$.

- 1) Placer ces points dans le plan complexe,
- 2) Déterminer l'affixe du point I milieu de [AD] et l'affixe du point J milieu de [BC].