Fonctions irrationnelles : série 2

Exercice 1

Dans chacun des cas suivants,
- déterminer l'ensemble de définition D de f
- calculer les limites aux bornes de D
- étudier la dérivabilité de f sur les intervalles où l'expression sous radical est strictement positif
- étudier la dérivabilité de f aux points en lesquels l'expression sous radical s'annule, et interpréter ces résultats
- calculer f'(x) et étudier son signe.
- dresser le tableau de variation de f.
- étudier les branches infinies s'il en existe
- Tracer la courbe de f en précisant les asymptotes et les demi-tangentes si elle en admet

1) a) $f(x)=\sqrt{2x-1}$ b) $f(x)=\sqrt{2x-3}$ c) $f(x)=\sqrt{2-3x}$

2) a) $f(x)=x.\sqrt{x}$ b) $f(x)=x.\sqrt{x+1}$ c) $f(x)=x.\sqrt{x-1}$

3) a) $f(x)=\sqrt{\dfrac{x-1}{x+1}}$ b) $f(x)=\sqrt{\dfrac{2x}{x-1}}$ c) $f(x)=\sqrt{\dfrac{x+1}{2x}}$

4) a) $f(x)=\sqrt{x^2+1}$ b) $f(x)=\sqrt{x^2+2x+3}$ c) $f(x)=\sqrt{x^2+x+1}$

5) a) $f(x)=x+\sqrt{x+1}$ b) $f(x)=x-\sqrt{x+1}$ c) $f(x)=\sqrt{1-x}-1$

Exercice 2

Dans chacun des cas suivants,
- déterminer l'ensemble de définition D de f
- calculer les limites aux bornes de D
- étudier la dérivabilité de f sur les intervalles où l'expression sous radical est strictement positif
- étudier la dérivabilité de f aux extrémités de D et interpréter ces résultats.
- calculer f'(x) et étudier son signe.
- dresser le tableau de variation de f.
- Tracer la courbe de f en précisant les demi-tangentes si elle en admet

a) $f(x)=\sqrt{4-x^2}$ b) $f(x)=\sqrt{2x-x^2}$ c) $f(x)=\sqrt{1-x}+\sqrt{(x+2)}-2$

Exercice 3

Soit f la fonction définie par $f(x)=x.\sqrt{1-x^2}$

1) Déterminer le domaine de définition D de f.
2) Étudier la parité de f
3) Calculer les limites de f aux bornes de D
4) a) Montrer que f est dérivable sur $[0;1[$ et calculer f '(x) sur cet intervalle.
   b) Étudier la dérivabilité de f en 1.
   c) Étudier le signe de f '(x) sur $[0;1[$ et dresser le tableau de variation de f sur cet intervalle.
5) a) Montrer que f le point O est un point d'inflexion pour la courbe de f.
   b) Donner l'équation de la tangente à la courbe de f en O
6) a)Tracer la courbe de f en précisant la demi-tangente en 1 et la tangente en O.
   b) Compléter alors la courbe de f.

Exercice 4

Soit f la fonction définie par $f(x)=x^{2}\cdot\sqrt{3-2x^2}$

1) Déterminer le domaine de définition D de f.
2) Étudier la parité de f
3) Calculer les limites de f aux bornes de D
4) a) Montrer que f est dérivable sur $\left[0;\sqrt{\frac{3}{2}}\right[$ et calculer f ’(x) sur cet intervalle.

   b) Étudier la dérivabilité de f en $\sqrt{\frac{3}{2}}$. Interpréter ce résultat.

   c) Étudier le signe de f ’(x) sur $\left[0;\sqrt{\frac{3}{2}}\right[$ et dresser le tableau de variation de f sur cet intervalle.
5) Tracer la courbe de f sur son domaine de définition en précisant les demi-tangentes .

Exercice 5

Soit f la fonction définie par $f(x)=\sqrt{x^2-3x+2}-x$

1) Montrer que le domaine de définition de f est D $D=]-\infty;1]\cup[2+\infty[$
2) Calculer les limites de f aux bornes de D.
3) Montrer que f est dérivable sur $]-\infty;1[\cup]2+\infty[$ et calculer f’(x) sur cet ensemble.
4) Étudier la dérivabilité de f en 1 et en 2. Donner une interprétation graphique de ces résultats.

5- a) Montrer que f’(x) < 0 pour tout x de $]-\infty;1[$

   b) Montrer que pour tout x de $]2+\infty[$, $f'(x)=\frac{1}{\sqrt{x^2-3x+2}\left(2x-3+\sqrt{x^2-3x+2}\right)}$.

   En déduire le signe de f’(x) sur $]2+\infty[$.

6- Dresser le tableau de variation de f.

7- Étudier les branches infinies de la courbe de f.

8- Tracer la courbe de f avec les demi tangentes et les asymptotes.

Exercice 6

Soit f la fonction définie par $f(x)=\sqrt{x^2+x-6}-x-1$

1) Montrer que le domaine de définition de f est D $D=]-\infty;-3]\cup[2;+\infty[$
2) Calculer les limites de f aux bornes de D.
3) Montrer que f est dérivable sur $]-\infty;-3[\cup]2;+\infty[$ et calculer f’(x) sur cet ensemble.
4) Étudier la dérivabilité de f en -3 et en 2. Donner une interprétation graphique de ces résultats.

5- a) Montrer que f’(x) < 0 pour tout x de $]-\infty;-3[$

   b) Montrer que pour tout x de $]2;+\infty[$, $f'(x)=\frac{24}{\sqrt{x^2+x-6}\left(2x+1+\sqrt{x^2+x-6}\right)}$.

   En déduire le signe de f’(x) sur $]2;+\infty[$.

6- Dresser le tableau de variation de f.

7- Étudier les branches infinies de la courbe de f.

8- Tracer la courbe de f avec les demi tangentes et les asymptotes.

Exercice 7

Soit f la fonction définie par $f(x)=\sqrt{x}$.
Étudier les variations de f et tracer sa courbe (C_f)
Déduire de la courbe (C_f) la courbe de la fonction g définie par g(x) = f(x+1), et celle de la fonction h définie par h(x) =g(x) – 2.